

**TECNICO EN PROTECCIONES
ELECTRICAS**

MODULO I

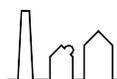
Celaya, Gto. Febrero 2004

CONTENIDO

1.0 Fundamentos de electricidad y magnetismo	
1.1 Sistema de unidades	FE 1-1
1.2 Notación científica estándar	FE 1-1
1.3 Diferencia de potencial	FE 1-1
1.4 Corriente eléctrica	FE 1-1
1.5 Resistencia eléctrica	FE 1-2
1.6 Conductancia	FE 1-4
1.7 Ley de ohm	FE 1-5
1.8 Campo magnético de la corriente eléctrica	FE 1-6
1.9 Generación de la corriente alterna	FE 1-7
2.0 Elementos de circuitos	
2.1 Elementos activos	EC 2-1
2.2 Elementos pasivos	EC 2-1
2.3 Circuito	EC 2-1
2.4 Fuente independiente de voltaje	EC 2-1
2.5 Circuito con elementos en serie	EC 2-2
2.6 Circuito con elementos en paralelo	EC 2-2
2.7 Circuitos Serie-Paralelo	EC 2-2
2.8 Circuitos con elementos que no están conectados en serie ni en paralelo	EC 2-3
2.9 Asociación de resistencias en serie	EC 2-3
2.10 Asociación de resistencias en paralelo	EC 2-4
2.11 Conversiones Delta-Estrella y Estrella-Delta	EC 2-6
2.12 Capacitores	EC 2-7
2.13 Inductores	EC 2-8
3.0 Números complejos y diagramas fasoriales	
3.1 Números complejos	NC 3-1
3.2 Suma de números complejos	NC 3-4
3.3 Resta de números complejos	NC 3-5
3.4 Multiplicación de números complejos	NC 3-5
3.5 División de Números complejos	NC 3-5
3.6 Notación fasorial	NC 3-7
4.0 Análisis de circuitos en C.D	
4.1 Leyes de Kirchhoff	AN 4-1
4.2 Divisores de voltaje y de corriente	AN 4-1
4.3 Análisis de mallas	AN 4-6
4.4 Análisis nodal	AN 4-7
4.5 Disipación de potencia	AN 4-9
5.0 Análisis de circuitos en C.A	
5.1 Corriente alterna	AC 5-1
5.2 Valor promedio ò valor medio	AC 5-2
5.3 Valor eficaz (rms)	AC 5-2
5.4 Intensidades y tensiones senoidales (corrientes y voltajes)	AC 5-3



5.5	Relaciones de voltaje y corriente en los elementos puros	AC 5-3
5.6	Impedancia (Z)	AC 5-7
5.7	Angulo de fase	AC 5-7
5.8	Admitancia (Y)	AC 5-7
5.9	Leyes de Kirchhoff para circuitos de C.A	AC 5-8
5.10	Divisores de voltaje y de corriente	AC 5-8
5.11	Análisis de malla y de nodos para circuitos de C.A	AC 5-9
6.0	Teoría y uso de multímetros	
6.1	Galvanómetro	TM 6-1
6.2	Amperímetro	TM 6-1
6.3	Voltímetro	TM 6-1
6.4	Mediciones de una resistencia con un ampermetro y un voltímetro	TM 6-2
6.5	Multímetros analógicos y digitales	TM 6-2
6.6	Elementos de in multímetro	TM 6-4
7.0	Potencia eléctrica trifásica y diagramas P-Q	
7.1	Potencia en régimen permanente senoidal	PE 7-1
7.2	Triangulo de potencias	PE 7-3
7.3	Factor de potencia	PE 7-5
7.4	Sistemas trifásicos	PE 7-6
7.5	Tensiones en el sistema trifásico	PE 7-7
7.6	Cargas equilibradas en un sistema trifásico	PE 7-7
7.7	Potencia en cargas trifásicas equilibradas	PE 7-10
7.8	Vatímetros y cargas en estrella con cuatro conductores	PE 7-12
7.9	Método de los dos vatímetros para cargas conectadas en delta	PE 7-12
8.0	Teoría y uso del fasómetro y secuencímetro	
8.1	Fasómetro	TF 8-1
8.2	Secuencímetro	TF 8-2
9.0	Fundamentos de electrónica	
9.1	Conducción intrínseca	FE 9-1
9.2	Semiconductores dopados	FE 9-2
10.0	El diodo y sus aplicaciones	DA 10-1
11.0	El tiristor	
11.1	El tiristor y sus aplicaciones	ET 11-1
11.2	Estructura y símbolo	ET 11-2
11.3	El tiristor bajo tensión	ET 11-2
11.4	El tiristor bajo una tensión directa	ET 11-3
11.5	Principio de cebado por puerta	ET 11-4
11.6	¿Cómo puede cebarse un tiristor?	ET 11-5
11.7	Curva caracterisca del tiristor	ET 11-6
11.8	Corriente de fuga	ET 11-7
12.0	El transistor y sus aplicaciones	ET 12-1



13.0 Amplificadores operacionales	
13.1 Ventajas de los circuitos integrados	ET 11-1
13.2 El amplificador operacional ideal	ET 11-2
13.3 La hoja de datos del amplificador operacional	ET 11-2
13.4 El amplificador no inversor	ET 11-4
13.5 El amplificador diferenciador	ET 11-5
13.6 El amplificador sumador no inversor con n-entradas	ET 11-9
14.0 Introducción a la electrónica digital	
14.1 Introducción	ED 14-1
14.2 Las tecnologías PMOS, NMOS y CMOS	ED 14-1
15.0 Funciones lógicas	
15.1 Función lógica “OR”	FL 15-1
15.2 Función lógica “AND”	FL 15-3
15.3 Función lógica “NOT”	FL 15-5
15.4 Función lógica “NOR”	FL 15-7
15.5 Función lógica “NAND”	FL 15-8
15.6 Función lógica “OR-EXCLUSIVA”	FL 15-9
15.7 Función lógica “NO-OR-EXCLUSIVA”	FL 15-12
16.0 El osciloscopio	
16.1 Introducción	EO 16-1
16.2 Operación básica del CRO	EO 16-1
16.3 El osciloscopio	EO 16-4



FUNDAMENTOS DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

1.1 SISTEMA DE UNIDADES

Se empleará el Sistema Internacional de Unidades S.I. también conocido como MKSA, pues con las iniciales de sus unidades fundamentales para longitud en metros (m), masa en kilogramos (Kg), el tiempo en segundos (s) e intensidad de corriente en amperes (A). La unidad de fuerza se llama Newton (N), la unidad de energía o trabajo Joule (J) y la unidad de potencia se llama Vatio (W) que también se denomina Watt.

1.2 NOTACION CIENTIFICA ESTANDAR

Permite expresar los números muy pequeños o muy grandes en forma compacta, la que se puede usar también en los cálculos. Por ejemplo 68, 000,000 ó 68×10^6 donde 10^6 representa un millón. En la notación científica estándar se pone el punto decimal a la derecha del primer dígito significativo distinto de cero. Así 6.8×10^7 es la NCE para 68, 000,000.

Las formas de prefijos convenientes para los múltiplos y submúltiplos decimales son:

10^1 Deca	10^{-1} Deci	10^6 Mega	10^{-6} Micro	10^{-15} femto
10^2 Hecto	10^{-2} Centi	10^9 Giga	10^{-9} nano	10^{-18} atto
10^3 kilo	10^{-3} Mili	10^{12} Tera	10^{-12} pico	

1.3 DIFERENCIA DE POTENCIAL

La diferencia de potencial o tensión entre dos puntos es por definición el trabajo necesario para desplazar la unidad de carga eléctrica del primer al segundo punto. Su unidad es el volt (V).

Un elemento como una batería o un generador, posee una fuerza electromotriz (f.e.m.), si es capaz de suministrar a una carga eléctrica la energía suficiente para hacerla circular por él, de la terminal de menor potencial a la terminal de mayor potencial.

1.4 CORRIENTE ELECTRICA

Todo cuerpo con electrones libres capaces de moverse entre los átomos de la red cristalina del mismo se llama CONDUCTOR. Una de las causas que origina este movimiento es la aplicación al conductor de una diferencia de potencial. El electrón posee la cantidad más pequeña de carga negativa igual a 1.602×10^{-19} Coulombs; así también si tenemos una carga de un Coulomb, tenemos aproximadamente 6.24×10^{18} electrones.



Si por un conductor se mueven cargas eléctricas de un punto a otro, se dice que en ese conductor circula una CORRIENTE ELECTRICA. La intensidad o fuerza de la corriente eléctrica se mide en amperes (A), que corresponden a un flujo de carga de un Coulomb por segundo.

Por convención, se ha establecido como sentido positivo de la intensidad de corriente eléctrica el opuesto al del movimiento de los electrones. Figura EM1.

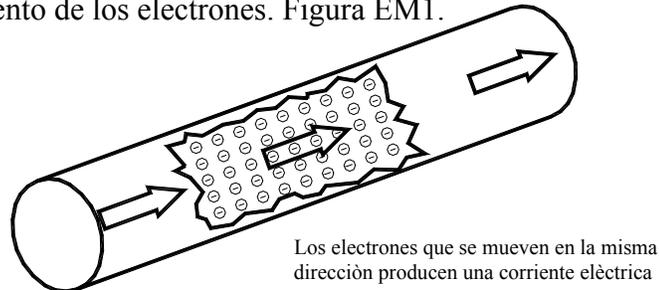


Figura EM 1
CORRIENTE ELECTRICA

1.5 RESISTENCIA ELECTRICA

Cuando fluye una carga eléctrica por un material dado, experimenta una oposición al flujo de electrones. Esa oposición se denomina RESISTENCIA eléctrica.

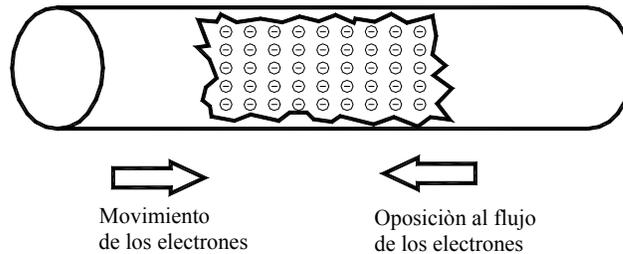


Figura EM 2
RESISTENCIA ELECTRICA

La resistencia que opone todo conductor al paso de una corriente eléctrica es una propiedad que depende de la longitud, área ó sección transversal, material del conductor y la temperatura en la que opera.

A una temperatura constante la resistencia de un material es:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

En donde R es la resistencia en Ohms (Ω), ρ es la **resistividad** del material en ohms-metro ú ohms-centímetro, l es la longitud en metros o centímetros y “A” es el área de corte transversal del conductor en metros cuadrados ó centímetros cuadrados.



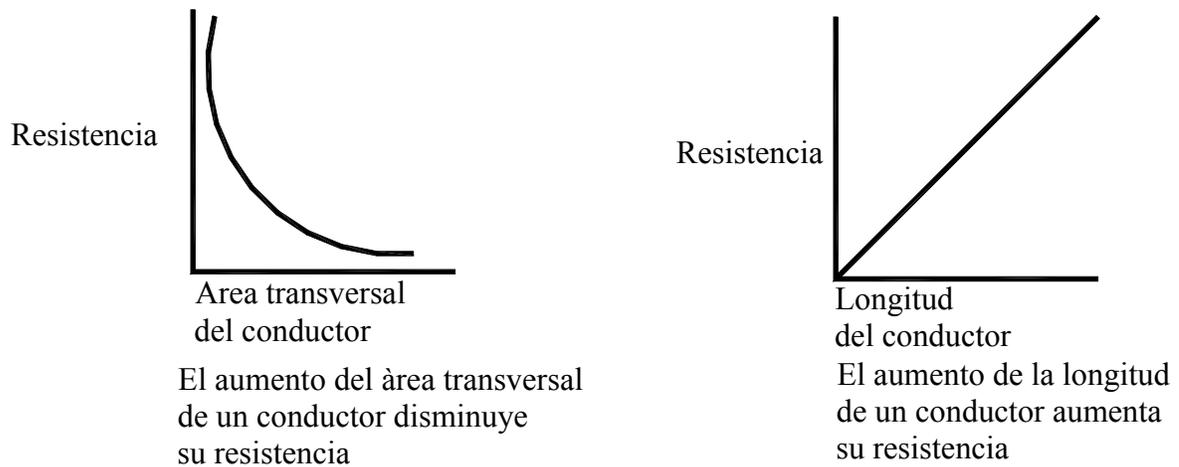


Figura EM 3

Ejercicio 1:

Hallar la resistencia que tiene un conductor de cobre de calibre 8 AWG de área circular igual a 8.37 mm^2 y 50 metros de longitud.

DATOS:

$$\text{Área} = 8.37 \text{ mm}^2$$

$$\text{Longitud} = 50 \text{ m}$$

$$\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega\text{-m}$$

La formula que usaremos, de acuerdo a los datos que tenemos es:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

En primer lugar debemos convertir el área del conductor a m^2 ,

$$\begin{aligned} 1 \text{ m} &= 1000 \text{ mm} \\ 1 \text{ m}^2 &= 1 \times 10^6 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$8.37 \text{ mm}^2 \left(\frac{1 \text{ m}^2}{1 \times 10^6 \text{ mm}^2} \right) = 1 \times 10^6 \text{ mm}^2 = 8.37 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Ahora sustituimos todos los datos en la formula de R

$$R = \frac{(1.7 \times 10^{-8} \Omega\text{m})(50\text{m})}{8.37 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 0.1015 \Omega$$

La resistencia eléctrica determina la intensidad de la corriente producida por una diferencia de potencial, tensión o voltaje dado. La unidad “ohm” representa la resistencia de un conductor en el que, con una tensión aplicada de 1 volt, circula una corriente de 1 amper.

$$R(\text{ohms}) = \frac{V(\text{volts})}{I(\text{amperes})}$$



TABLA 1. RESISTIVIDADES TÍPICAS DE MATERIALES A 20° C.

MATERIAL	RESISTIVIDAD (ohms – m)
Aluminio	2.83×10^{-8}
Grafito	8.00×10^{-6}
Antimonio	4.17×10^{-7}
Hierro	9.80×10^{-7}
Plomo	2.20×10^{-7}
Baquelita, resinas plásticas	1.00×10^{10}
Mercurio	9.60×10^{-7}
Latón	7.00×10^{-8}
Mica	1.00×10^{14}
Carbono	3.50×10^{-5}
Caucho (duro)	1.00×10^{16}
Cobre	1.70×10^{-8}
Silicio	1.30×10^3
Vidrio	1.00×10^{12}
Plata	1.60×10^{-8}
Oro	2.40×10^{-8}
Acero (4% Si)	5.00×10^{-7}
Nicromo	1.00×10^{-6}
Tungsteno	5.20×10^{-8}

1.6 CONDUCTANCIA

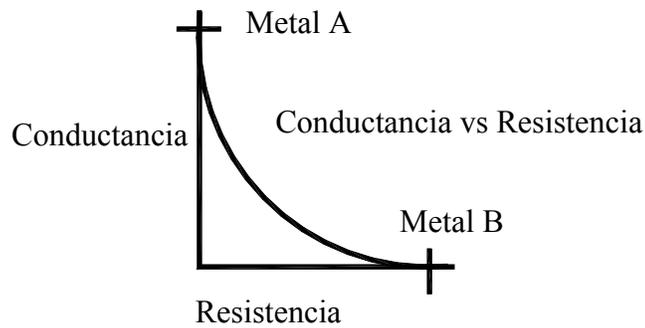
El término conductancia se usa para describir el grado de eficacia con que un material permite el flujo de la corriente. Cuanto más alta sea la clasificación de conductancia de un metal, mayor cantidad de corriente conducirá.

La conductancia es la inversa (recíproca) de la resistencia y se designa por la letra G:

$$G = \frac{1}{R} = R^{-1}$$

La conductancia indica la capacidad de un material para conducir la electricidad. La unidad de medida es el Siemen (anteriormente mho), que se abrevia S.





El metal A es mejor conductor que el metal B. Es un material de alta conductancia. En otras palabras, tiene baja resistencia. El metal B es un material de baja conductancia. En otras palabras, tiene alta resistencia.

Figura EM 4
CONDUCTANCIA

1.7 LEY DE OHM

Hablando estrictamente, la Ley de Ohm es un enunciado de proporción y no una ecuación matemática. Sin embargo, si se da la corriente en amperes, la tensión en volts y la resistencia en ohms, entonces la ley de Ohm se puede expresar según la ecuación:

$$I = \frac{E}{R}$$

que indica que la corriente (I) es igual a la tensión (E) dividida entre la resistencia (R). Hay dos formas de esta ecuación que son muy útiles para analizar circuitos de c.c.

$$R = \frac{E}{I}$$

que indica que la resistencia (R) es igual a la tensión (E) dividida entre la corriente (I) y

$$E = IR$$

Que establece que la tensión (E) es igual a la corriente (I) multiplicada por la resistencia (R).

Ejercicio:

En una prueba de resistencia de aislamiento, entre las bobinas de un motor y su carcasa, se ha obtenido el valor de 1 megaohm, hallar la intensidad de corriente que pasa por el aislante del motor si la tensión de prueba es de 1000 volts.

DATOS:

Resistencia = 1 MΩ

Voltaje = 1000 volts

Corriente = ?

De la ley de ohm sabemos que:

$$I = \frac{E}{R}$$

Sustituyendo los datos en la formula:

$$I = \frac{1000V.}{1 \times 10^6 \Omega} = 0.001A = 1 \times 10^{-3} A = 1mA$$



1.8 CAMPO MAGNETICO DE LA CORRIENTE ELECTRICA

Es la región del espacio que rodea a una carga eléctrica en movimiento. Como ejemplo de cargas móviles se tienen a las corrientes eléctricas por los conductores. El campo magnético está compuesto por fuerzas generadas por una carga eléctrica que se mueve a una velocidad dada. En realidad si este campo se produce por electricidad se llama electromagnético. Las características del mismo son similares a la del campo magnético producido por un imán natural.

La dirección y sentido del campo magnético se determina por medio de la regla de la mano derecha para el campo magnético y en el caso de un conductor rectilíneo recorrido por una corriente, las líneas del campo magnético son circunferencias concéntricas en cada plano perpendicular al conductor. Si aplicamos la mano derecha de forma que el dedo pulgar indique el sentido hacia donde se mueve la corriente, y cerramos la mano alrededor del conductor, el resto de los dedos nos indicarán el sentido de giro de las líneas del campo magnético.

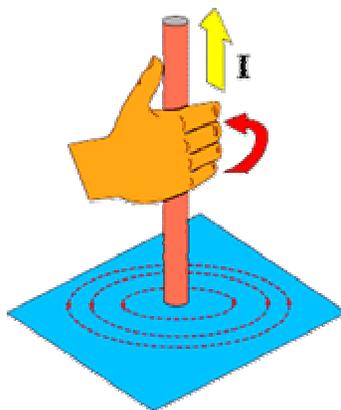


Figura EM 5

En el caso de la corriente alterna, la dirección de la corriente varía con respecto al tiempo, por tanto también las líneas de fuerza del campo varían de sentido de acuerdo a lo antes explicado. Conviene recordar la regla de la mano derecha para generadores que nos dice que si el dedo pulgar señala la dirección del campo (N-S), el dedo medio en dirección del movimiento de las espiras, entonces el dedo índice nos indicará la dirección de la corriente.

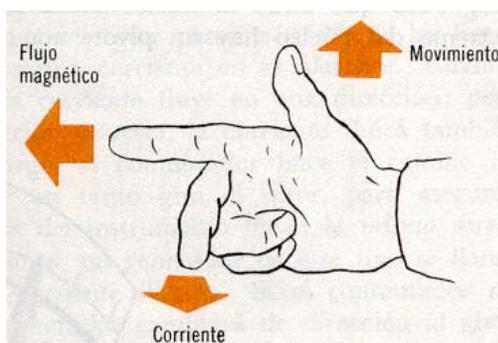


Figura EM 6

Regla de la mano derecha para generadores



1.9 GENERACION DE LA CORRIENTE ALTERNA

Un generador eléctrico es una máquina que transforma la energía mecánica en energía eléctrica. Su principio de operación se basa en lo siguiente:

Si tenemos un campo magnético, y por medio de él movemos un conductor en forma perpendicular a las líneas del campo, se inducirá una fuerza electromotriz que hará circular una corriente por el conductor; si este conductor lo modelamos en forma de “U” y lo hacemos girar dentro del mismo campo, cortando las líneas magnéticas, los dos lados del conductor producirán corriente en la misma dirección.

Si hiciéramos que los polos se invirtieran cuando la espira, hecha con el conductor, pasara nuevamente por el campo magnético, tendríamos una corriente pero en el sentido opuesto.

Si pusiéramos un segundo campo magnético perpendicular al primero y hacemos girar la espira dentro de estos campos, veremos que la corriente se invierte cada medio giro de la espira.

Un generador hace girar grupos de bobinas con varias espiras dentro de varios campos fijos o alternantes, lo cual nos da como resultado la corriente alterna.

En los generadores de CA (alternador), el inductor (o los campos) es el que gira, y el inducido (espiras) permanece inmóvil. De cualquier forma el origen de la fuerza electromotriz es el movimiento relativo entre los conductores y el campo magnético.

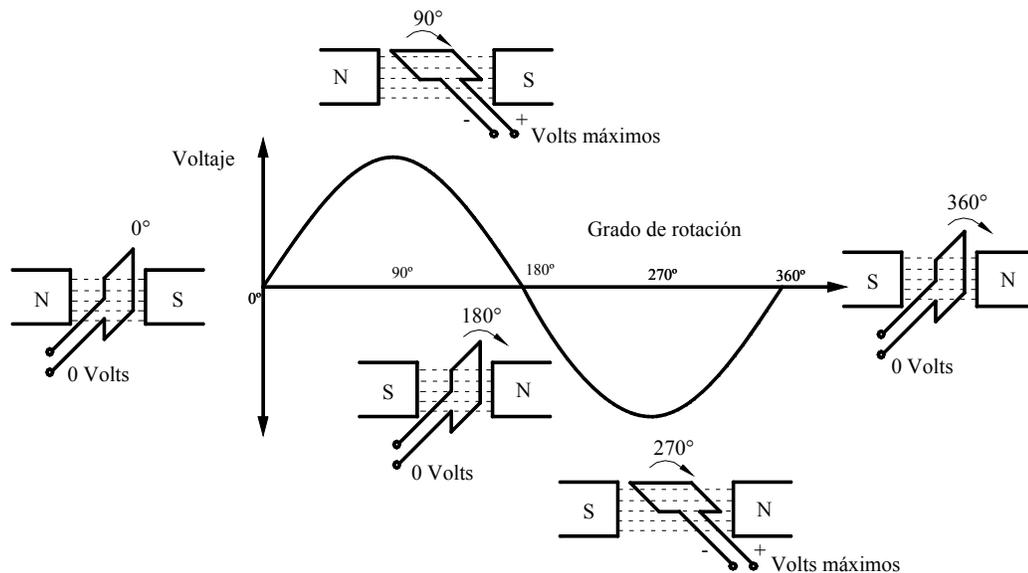


Figura EM 7
PRINCIPIO DE GENERACIÓN DE CORRIENTE ALTERNA



ELEMENTOS DE
CIRCUITOS

2.1 ELEMENTOS ACTIVOS

Las fuentes de voltaje y corriente son elementos activos pues tienen la capacidad de entregar potencia a algún dispositivo externo.

2.2 ELEMENTOS PASIVOS

Se considera que un elemento es pasivo si sólo es capaz de recibir potencia, sin embargo se vea que algunos elementos pasivos son capaces de almacenar cantidades finitas de energía y luego devolverlas a algún elemento externo.

2.3 CIRCUITO

A la interconexión de dos o más elementos simples de un circuito se le llama red. Si la red contiene por lo menos una trayectoria cerrada, entonces es un circuito eléctrico. Todo circuito es una red, pero no toda red es un circuito.

2.4 FUENTE INDEPENDIENTE DE VOLTAJE

Se caracteriza porque el voltaje entre sus terminales es completamente independiente de la corriente que pasa a través de ellas.

Un contacto eléctrico doméstico también se aproxima a una fuente independiente de voltaje, para corrientes menores de 20 amperes, aproximadamente.

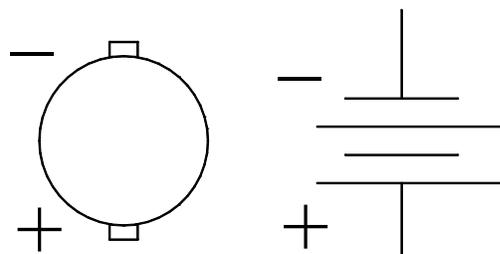


Figura EC 1
FUENTES INDEPENDIENTES DE VOLTAJE



Esta fuente es una fuente ideal y no representa con exactitud ningún dispositivo real; sin embargo esta fuente representa una aproximación aceptable de varias fuentes prácticas de voltaje: una batería de automóvil, tiene un voltaje constante mientras la corriente no sobrepase de algunos amperes.

2.5 CIRCUITO CON ELEMENTOS EN SERIE

Si dos o más elementos de un circuito se conectan de tal modo que cada elemento tenga la misma corriente que fluya por él, estarán en serie. En la Figura EC 2, los elementos se conectan extremo a extremo, en forma de cadena.

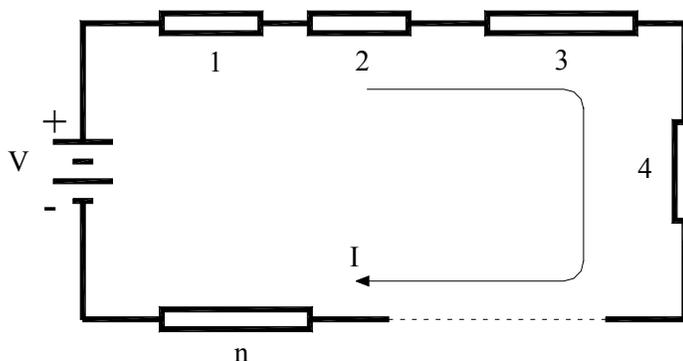


Figura EC 2
ELEMENTOS CONECTADOS EN SERIE.

Esta configuración representa sólo una trayectoria para la corriente que fluye por el circuito.

2.6 CIRCUITO CON ELEMENTOS EN PARALELO

Si se conectan los elementos de modo que se presente el mismo voltaje en las terminales de ellos, se dice que los elementos están conectados en paralelo. Figura EC 3.

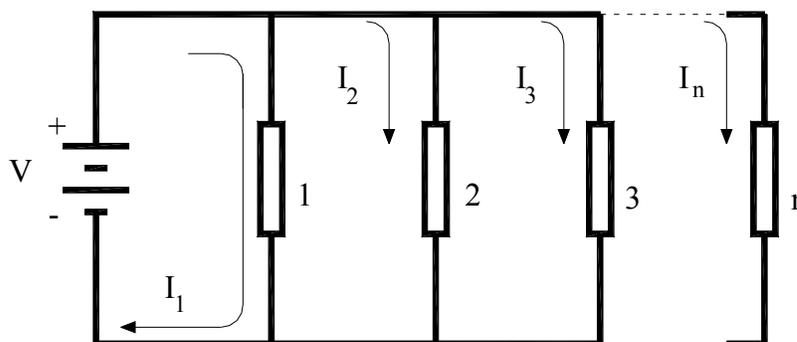


Figura EC 3
CIRCUITOS CON ELEMENTOS EN PARALELO

2.7 CIRCUITOS SERIE-PARALELO

En estos circuitos, se encuentran elementos conectados en serie y/o paralelo dentro de la red total del circuito; en los cuales para calcular los valores equivalentes, se reducen los elementos en serie o paralelo dependiendo de la complejidad del arreglo del circuito, Figura EC 4.



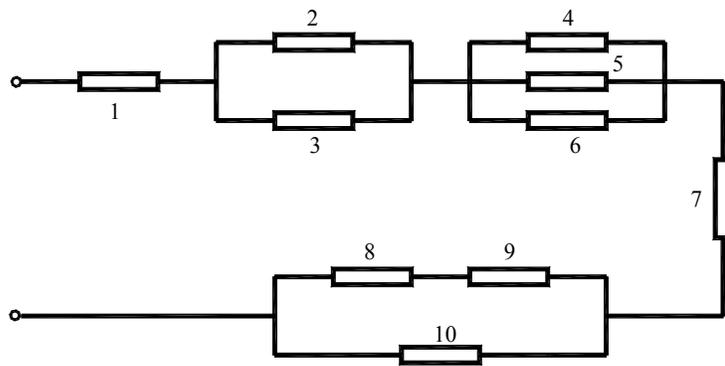


Figura EC 4
CIRCUITO CON ELEMENTOS EN SERIE-PARALELO.

2.8 CIRCUITOS CON ELEMENTOS QUE NO ESTAN CONECTADOS EN SERIE NI EN PARALELO

En el circuito siguiente Figura EC 5 se puede observar que ningún elemento está conectado en serie o paralelo con algún otro, en este caso para obtener los valores equivalentes, se recurre a la transformación de configuraciones delta-estrella ó estrella-delta.

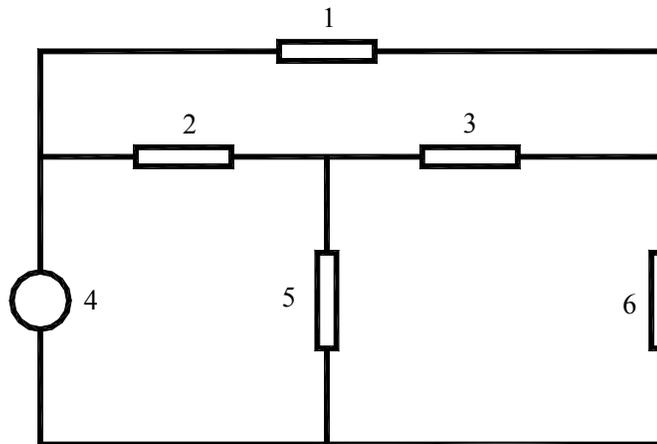


Figura EC 5
CIRCUITOS CON ELEMENTOS QUE NO ESTÁN CONECTADOS EN SERIE NI EN PARALELO

2.9 ASOCIACION DE RESISTENCIAS EN SERIE

En un circuito en serie, Figura EC 6, la resistencia total o equivalente R_{eq} ante la fuente es igual a la suma de los valores de las resistencia individuales.

$$\text{RESISTENCIA} = R_{eq}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Siendo R_{eq} = resistencia equivalente del conjunto serie constituido por las resistencias R_1 , R_2 , R_3 ,...



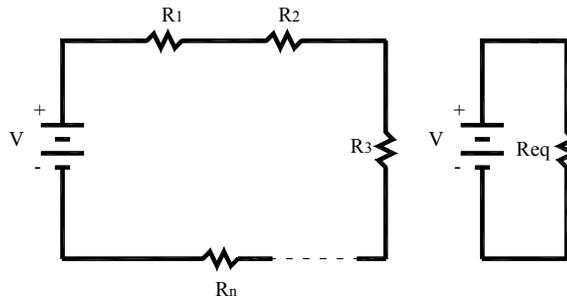


Figura EC 6

ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE Y SU RESISTENCIA EQUIVALENTE

Diferencia de potencial.

La diferencia de potencial total en bornes de un conjunto serie de resistencias es igual a la suma de las caídas de potencial individuales en bornes de cada una de ellas.

Intensidad de corriente.

La corriente que circula es la misma para todos los elementos.

2.10 ASOCIACION DE RESISTENCIAS EN PARALELO

En un circuito en paralelo, Figura EC 7, la resistencia equivalente es igual a la inversa de la suma de las recíprocas de los valores de las resistencias individuales. Se puede obtener por cualquiera de las siguientes fórmulas:

<p>Para el caso de dos resistencias:</p> $R_{eq} = \frac{(R1)(R2)}{R1 + R2}$	<p>Para el caso de tres resistencias ó más:</p> $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \dots$ $R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \dots}$
--	---

Siendo R_{eq} = resistencia equivalente del conjunto paralelo constituido por las resistencias $R1$, $R2$, $R3, \dots$

La resistencia equivalente en paralelo siempre será de un valor menor que el de la resistencia del valor más bajo del conjunto.

Diferencia de potencial

La diferencia de potencial en bornes de asociación en paralelo es igual a la diferencia de potencial en bornes de uno cualquiera de sus elementos. Todas las ramas de una asociación en paralelo se hallan a la misma tensión o diferencia de potencial



Intensidad de corriente

La suma de las intensidades de corriente que circulan por cada rama es igual a la intensidad total de la corriente en la línea. La intensidad en cada rama es inversamente proporcional a su resistencia.

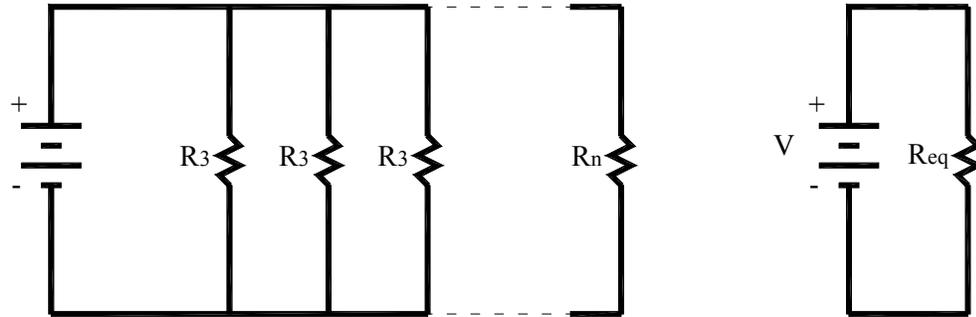


Figura EC 7

ASOCIACION DE RESISTENCIAS EN PARALELO Y SU RESISTENCIA EQUIVALENTE

Ejercicio 1:

Determinar la resistencia equivalente Req del circuito mostrado.

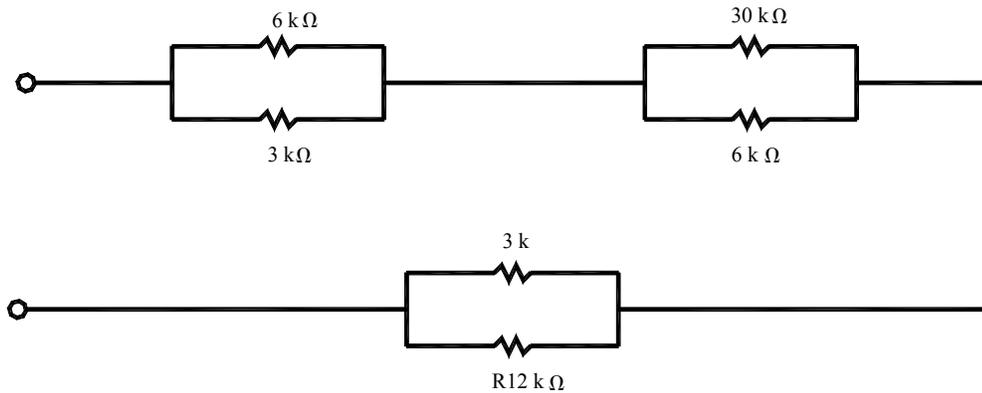


Figura EC 8

EJERCICIO

Observando el circuito notamos, que esta formado por tres mallas en serie; de acuerdo a esto, para determinar la resistencia equivalente (Req) del circuito reducimos primero las resistencias en paralelo.

Resist. $6\text{K}\Omega$ y $3\text{K}\Omega$:

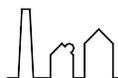
$$R_a = \frac{(6)(3)}{6+3} = \frac{18\text{K}\Omega}{9\text{K}\Omega} = 2\text{K}\Omega$$

Resist. $30\text{K}\Omega$ y $6\text{K}\Omega$:

$$R_b = \frac{(30)(6)}{30+6} = \frac{180\text{K}\Omega}{36\text{K}\Omega} = 5\text{K}\Omega$$

Resist. $3\text{K}\Omega$ y $12\text{K}\Omega$:

$$R_c = \frac{(3)(12)}{3+12} = \frac{36\text{K}\Omega}{15\text{K}\Omega} = 2.4\text{K}\Omega$$



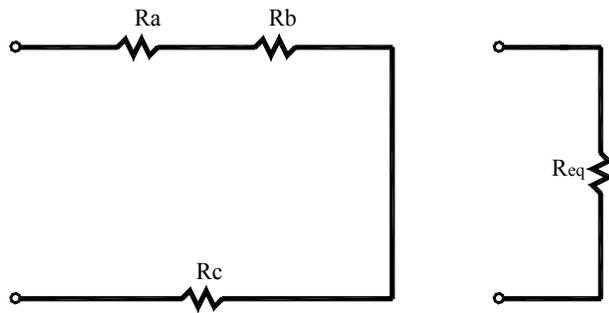


Figura EC 9

CIRCUITO REDUCIDO A TRES RESISTENCIAS EN SERIE Y SU RESISTENCIA EQUIVALENTE

Ahora el circuito queda como el de la Figura EC 9.

Finalmente reducimos las tres resistencias en serie, obtenidas anteriormente (R_a , R_b , R_c), para determinar la resistencia equivalente del circuito.

$$R_{eq} = R_a + R_b + R_c = 24 \text{ K}\Omega + 5 \text{ K}\Omega + 2.4 \text{ K}\Omega$$

$$R_{eq} = 9.4 \text{ K}\Omega$$

2.11 CONVERSIONES DELTA-ESTRELLA Y ESTRELLA-DELTA

En relación a la Figura EC 10, las formulas de conversión son:

Delta a Estrella

$$R_1 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_b R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

Estrella a Delta

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$$

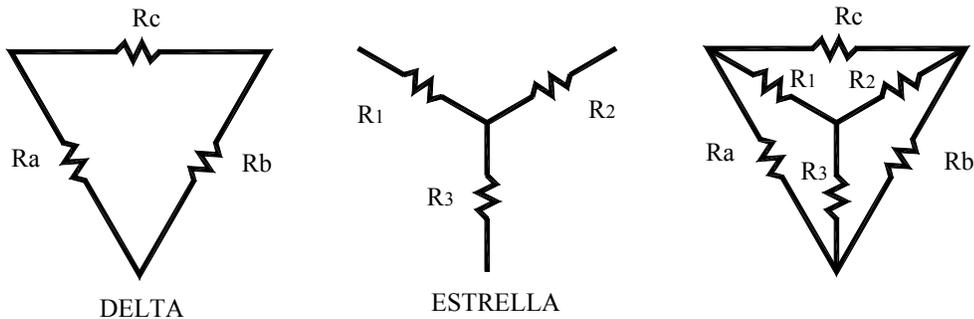


Figura EC 10

CONVERSION DELTA-ESTRELLA Y ESTRELLA DELTA



2.12 CAPACITORES

Un capacitor se compone básicamente de dos placas conductoras paralelas, separadas por un material aislante denominado dieléctrico. Si el área de las placas es A y el espesor del dieléctrico es d , la capacitancia C es:

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \text{ FARADS (F)}$$

En donde ϵ es la permitividad absoluta en farads/metro (F/m), ϵ es igual al producto de la constante dieléctrica relativa k y la permitividad del vacío ϵ_0

$$\epsilon = k \epsilon_0$$

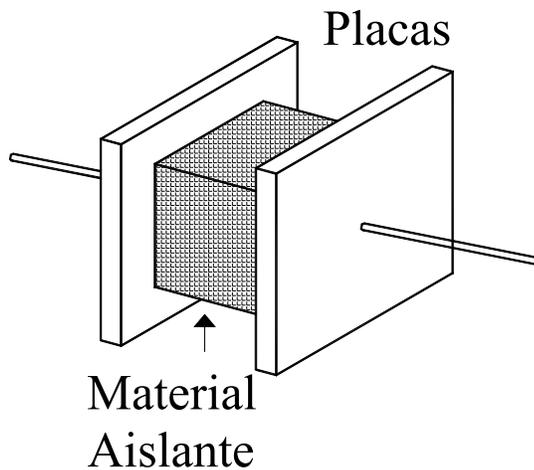


Figura EC 11
Capacitor

El valor de ϵ_0 es 8.854×10^{-12} F/m.

La carga Q almacenada en un capacitor es:

$$Q = Cv$$

En donde v es el voltaje impreso en el capacitor y C está en Farads.

CAPACITORES CONECTADOS EN SERIE

Para capacitores conectados en serie, la capacitancia equivalente C_{eq} es:

Para dos capacitores en serie:

$$C_{eq} = \frac{(C1)(C2)}{C1 + C2}$$

Para tres capacitores en serie

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} + \frac{1}{C3} + \dots}$$



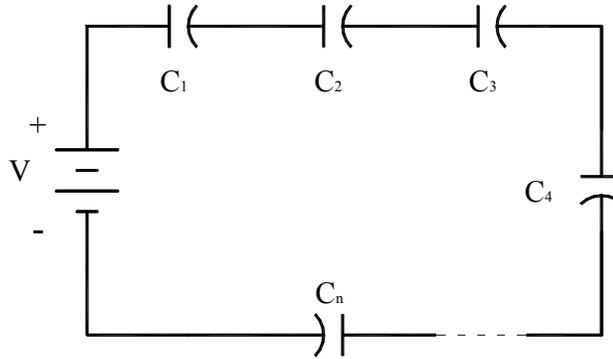


Figura EC12
CAPACITORES CONECTADOS EN SERIE

CAPACITORES CONECTADOS EN PARALELO.

Para los capacitores conectados en paralelo, la capacitancia equivalente C_{eq} es:
 $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$

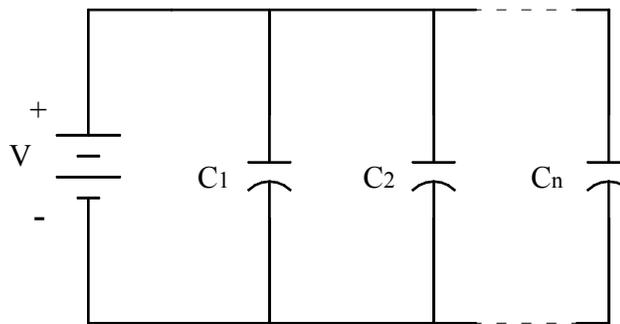


Figura EC 13
Capacitores conectados en paralelo

2.13 INDUCTORES

Básicamente todos los inductores se hacen devanando una longitud del conductor alrededor de un núcleo. El conductor suele ser alambre sólido de cobre revestido con aislamiento esmaltado; y su núcleo está formado, ya sea de material magnético, por ejemplo hierro pulverizado, ó bien de material aislante. Cuando se devana un inductor alrededor de un núcleo aislante, éste funciona sólo como soporte, ya que no tiene propiedades magnéticas. Si se usa un alambre grueso y pesado en la fabricación del inductor, generalmente no se necesita un núcleo, las espiras rígidas del alambre se mantienen por sí solas. Cuando no se usa núcleo magnético, se dice que el inductor tiene núcleo de aire.

Los inductores con valores de inductancia fijos que no se pueden cambiar, reciben el nombre de inductores fijos. Los inductores cuya inductancia se puede variar en cierta escala, se llaman inductores variables. Generalmente, los inductores variables están hechos de manera que el núcleo determina el valor de la inductancia.



A estos inductores se les llama también frecuentemente Chokes o bobinas. Estos tres términos significan lo mismo. La propiedad de un inductor para oponerse a un cambio de la corriente que pasa por él, determina su autoinductancia L .

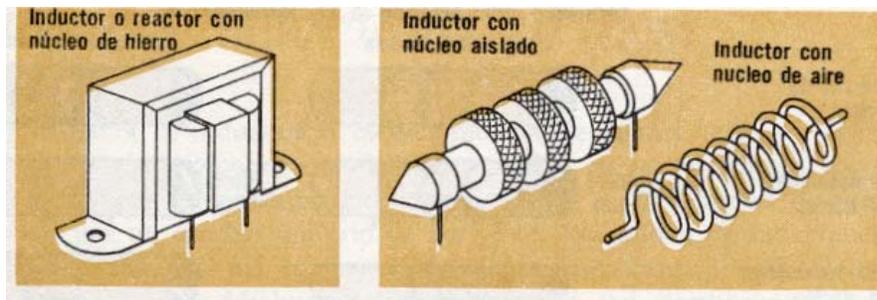


Figura EC 13
Ejemplos de inductores

Para la Figura EC 13 se puede calcular la inductancia L como:

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l} \text{ Henry (H)}$$

En donde:

N = número de vueltas.

A = área de la sección transversal.

l = longitud del núcleo.

μ = permeabilidad del núcleo en H/m, depende del material.

INDUCTORES CONECTADOS EN SERIE.

Para inductores conectados en serie (sin acoplamiento magnético entre ellos), la inductancia equivalente Leq es:

$$Leq = L1 + L2 + L3 + \dots$$

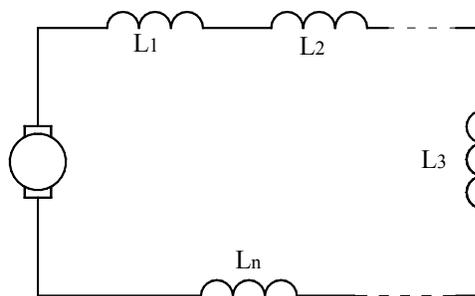


Figura EC 14
INDUCTORES CONECTADOS EN SERIE



INDUCTORES CONECTADOS EN PARALELO

Para inductores conectados en paralelo, la inductancia equivalente L_{eq} es:

$$L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots}$$

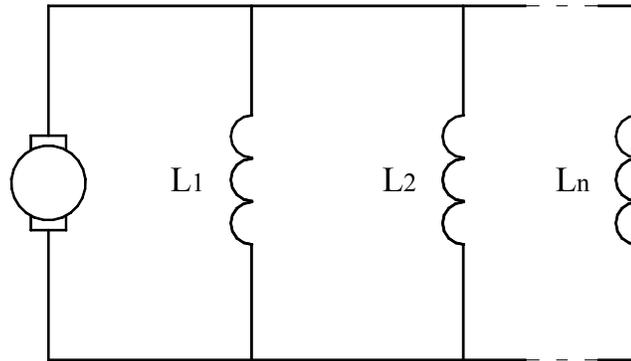


Figura EC 15
INDUCTORES CONECTADOS EN PARALELO



NUMEROS COMPLEJOS Y
DIAGRAMAS FASORIALES

3.1 NUMEROS COMPLEJOS

Como sabemos existe un conjunto de números llamados números reales, que incluyen a los números racionales e irracionales, en los que se pueden representar sobre una recta a la que llamamos eje real.

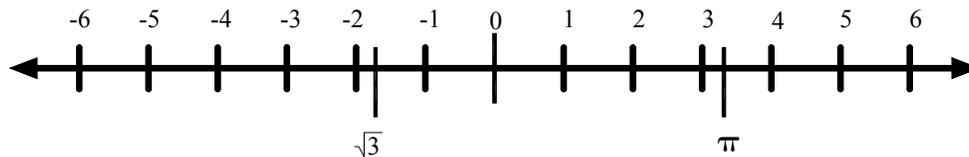


Figura NC 1
EJE REAL

La suma, resta, multiplicación y división de números reales es otro número real. La raíz cuadrada de un número real POSITIVO es también otro número real, pero si es NEGATIVO, su raíz cuadrada no es un número real y no corresponde a ningún punto del eje real. La raíz cuadrada de un número real NEGATIVO es un número IMAGINARIO, por ejemplo, son números imaginarios $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-5}$, $\sqrt{-8}$, etc.

Si hacemos que $j = \sqrt{-1}$, entonces $j^2 = -1$ ahora tenemos una **UNIDAD IMAGINARIA** con la que podemos manejar los números anteriores como si fueran positivos, y tendríamos:

$$\begin{aligned}\sqrt{-2} &= j\sqrt{2} \\ \sqrt{-4} &= j\sqrt{4} = j2 \\ \sqrt{-36} &= j\sqrt{36} = j6\end{aligned}$$

Si la unidad imaginaria la elevamos a diferentes potencias obtenemos:

$$\begin{aligned}j^2 &= (\sqrt{-1})^2 = -1 \\ j^3 &= j^2 j = (\sqrt{-1})^2 j = -j \\ j^4 &= (j^2)^2 = (\sqrt{-1})^2 = 1 \quad \dots \text{ y así sucesivamente.}\end{aligned}$$

El conjunto de los números imaginarios, se puede representar en otra recta, que se llama eje imaginario.



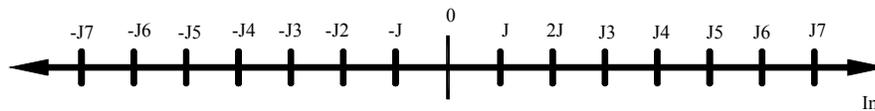


Figura NC 2
EJE IMAGINARIO

Un número complejo (z) se expresa generalmente en la forma $x + jy$ donde “ x ” y “ y ” son números reales y “ j ” es la llamada unidad imaginaria, los números reales “ x ” y “ y ” se conocen, respectivamente, como las partes real e imaginaria de:

$$z = x + jy$$

Los números complejos $Z = x + jy$ y $\check{Z} = x - jy$ se conocen como conjugados complejos el uno del otro.

Si la parte real es nula ($x=0$), el número complejo se reduce a un número imaginario puro; de la misma forma, si la parte imaginaria es nula ($y=0$), el número complejo se reduce a un número real.

Si trazamos el eje imaginario perpendicular al eje real, como en la Figura NC 3, siendo 0 el punto de intersección, obtenemos el plano complejo donde podemos representar los números complejos; por ejemplo:

- $Z_1 = 6$
- $Z_2 = 2 - j3$
- $Z_3 = -3 + j2$
- $Z_4 = j4$
- $Z_5 = -4 - j4$

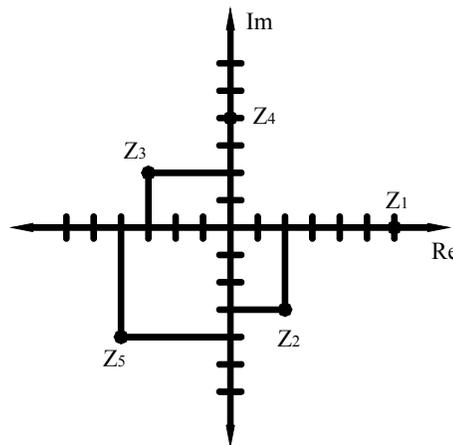


Figura NC 3
LOCALIZACION DE NUMEROS COMPLEJOS.

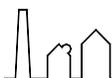
Si observamos la Figura NC 4, tenemos representado un número complejo; en donde la distancia desde el origen hasta el punto donde se localiza z , se llama modulo de z y se calcula como:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Y el ángulo formado entre el eje real y el modulo r , se llama argumento de z , y se obtiene como sigue:

$$\theta = \text{arc tg} \left(\frac{y}{x} \right)$$

En la Figura NC4 el punto z cuyas coordenadas son (x,y) , representa un número complejo $z = x + jy$, el punto z también se puede expresar en coordenadas polares (r,θ) puesto que:



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

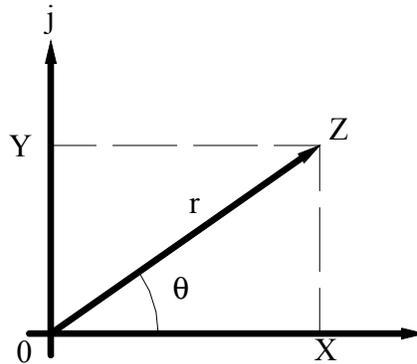


Figura NC 4
REPRESENTACION POLAR DE UN NUMERO COMPLEJO Z

Por lo tanto $z = x + jy = r (\cos \theta + j \sin \theta)$, siendo esta la forma polar del número complejo.

En teoría de circuitos es muy común emplear la forma polar o de Steinmetz de un número complejo, y se suele escribir como:

$$z = r \angle \theta^\circ$$

En donde θ se mide en grados o radianes.

Así entonces tenemos dos formas principales para representar un número complejo; el empleo de una o de otra depende, básicamente, de la operación que se trate de efectuar.

Forma rectangular ó binómica:

$$z = x + jy$$

Forma polar:

$$z = r \angle \theta^\circ$$

La forma binómica facilita la suma ó resta de números complejos; mientras que la forma polar facilita la multiplicación y división de los mismos.

Ejemplo 1:

Expresar $50 \angle 53.1^\circ$ en la forma binómica (rectangular), $x + jy$.

De acuerdo a la figura se cumple que:

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$\text{donde } r = 50 \text{ y}$$

$$\theta = 53.1^\circ$$

$$x = 50 (\cos 53.1^\circ) = 50 (0.6) = 30.02$$

$$x = 30.02$$

$$y = 50 (\sin 53.1^\circ) = 50 (0.7996) = 39.98$$

$$y = 39.98$$



Por lo tanto el resultado es:
 $z = 50\angle 53.1^\circ = 30.02 + j39.98$

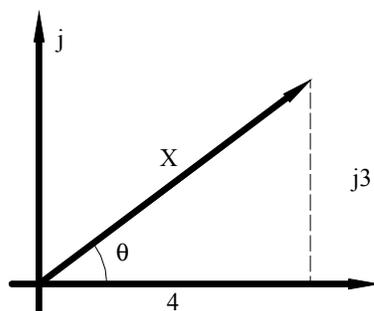
Ejemplo 2:

Expresar $4 + j3$ en forma polar, $r\angle\phi$.

En este problema, de acuerdo de acuerdo a la figura, se cumple que:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \text{arc tg} \left(\frac{y}{x} \right)$$



Entonces, realizamos las operaciones y resulta:

$$r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\theta = \text{arc tg} \left(\frac{3}{4} \right) = 36.87^\circ$$

$$z = 4 + j3 = 5\angle 36.87^\circ$$

3.2 SUMA DE NUMEROS COMPLEJOS

Para sumar dos números complejos, primero se suman sus partes reales (x), y después se suman sus partes imaginarias (y) como se indica:

$$(a+jb) + (c+jd) = (a+c) + j(b+d)$$

Por ejemplo:

Tenemos $z_1 = 5 - j2$

$z_2 = -3 - j8$

Entonces: $z_1 + z_2 = (5 - 3) + j(-2-8) = 2 - j10$



3.3 RESTA DE NUMEROS COMPLEJOS

Para restar dos números complejos, primero se restan sus partes reales (x), y después se restan sus partes imaginarias (y) como se indica:

$$(a+jb) - (c+jd) = (a-c) + j(b-d)$$

Por ejemplo:

Tenemos $z_1 = 5 - j2$

$$z_2 = -3 - j8$$

Entonces: $z_2 - z_1 = (-3-5) + j(-8+2) = -8 - j6$

3.4 MULTIPLICACION DE NUMEROS COMPLEJOS

El producto de dos números complejos que estén representados en forma polar, se obtiene multiplicando sus módulos (r), y sumando sus argumentos (ángulos).

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (r_1 \angle \theta_1)(r_2 \angle \theta_2) \\ &= r_1 r_2 \angle \theta_1 + \theta_2 \end{aligned}$$

Ejemplo : Si tenemos

$$z_1 = 2 \angle 30^\circ \text{ y } z_2 = 5 \angle -45^\circ$$

entonces :

$$z_1 z_2 = (2 \times 5) \angle (30^\circ - 45^\circ) = 10 \angle -15^\circ$$

Para el caso de que los números complejos estén en forma binómica (rectangular), la multiplicación se realiza como una operación con polinomios.

3.5 DIVISION DE MUMEROS COMPLEJOS

El cociente de dos números complejos, escritos en forma polar, se obtiene dividiendo sus módulos (r), pero ahora sus argumentos (ángulos) se restan, al del numerador se le resta el del denominador.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$$

Ejemplo : Los números a dividir son

$$z_1 = 8 \angle -30^\circ \text{ y } z_2 = 2 \angle -60^\circ$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{8 \angle -30^\circ}{2 \angle -60^\circ} = \frac{8}{2} \angle (-30^\circ - (-60^\circ))$$

$$\frac{z_1}{z_2} = 4 \angle 30^\circ$$



Ejemplo 3:

Realice las operaciones con números complejos que se indican a continuación.

Si tenemos los siguientes números complejos:

$z_1 = -4 + j2$	$z_1 - z_4$
$z_2 = 3\angle 30^\circ$	$\frac{z_3}{z_2}$
$z_3 = 6\angle 45^\circ$	$z_2 \times z_1$
$z_4 = 5 - j4$	$z_4 + z_3$

Para la operación $z_1 - z_4$, directamente realizamos la resta, puesto que los dos números están escritos en su forma binómica rectangular.

$$\begin{aligned}z_1 - z_4 &= (-4 + j2) - (5 - j4) \\z_1 - z_4 &= -4 + j2 + 5 + j4 \\z_1 - z_4 &= (-4 - 5) + j(2 + 4) \\z_1 - z_4 &= -9 + j6\end{aligned}$$

En la división de z_3/z_2 , observamos que los dos números están escritos en su forma polar, lo que facilita la operación.

$$\frac{z_3}{z_2} = \frac{6\angle 45^\circ}{3\angle 30^\circ} = \frac{6}{3} \angle (45^\circ - 30^\circ) = 2\angle 15^\circ$$

Para realizar la multiplicación de $z_2 * z_1$, habrá que convertir el valor de z_1 de su forma rectangular a su forma polar, para facilitar la operación.

$$\begin{aligned}z_2 z_1 &= (3\angle 30^\circ)(-4 + j2) \\z_2 z_1 &= (3\angle 30^\circ)(4.472\angle 153.43^\circ) \\z_2 z_1 &= (3 \times 4.472)\angle (30^\circ + 153.43^\circ) \\z_2 z_1 &= 13.416\angle 157.902^\circ\end{aligned}$$

La última operación indicada, $z_4 + z_3$, implica también cambiar la forma polar de z_3 a su forma binómica.

$$\begin{aligned}z_4 + z_3 &= (5 - j4) + (6\angle 45^\circ) \\z_4 + z_3 &= (5 - j4) + (4.2426 + j4.2426) \\z_4 + z_3 &= (5 + 4.2426) + (-j4 + j4.2426) \\z_4 + z_3 &= 9.2426 + j0.2426\end{aligned}$$



Para referencia y revisión de varias formas de representar un punto z en el plano complejo representado en la Figura NC 4 se tiene la siguiente tabla:

RECTANGULAR	COMPLEJA	EXPONENCIAL	POLAR	FASORIAL
$X + jY$	$= Z (\cos \theta + j \text{sen } \theta)$	$= Z e^{j\theta}$	$= Z \angle \theta^\circ$	$= \mathbf{Z}$
$X - jY$	$= Z (\cos \theta - j \text{sen } \theta)$	$= Z e^{-j\theta}$	$= Z \angle -\theta^\circ$	$= \mathbf{\check{Z}}$

3.6 NOTACION FASORIAL

Una corriente o un voltaje senoidal a **una frecuencia dada**, se caracterizan por solo dos parámetros, una amplitud y un ángulo de fase. En cualquier circuito lineal que opere en estado permanente y con una frecuencia única, toda corriente o voltaje puede caracterizarse completamente, conociendo su amplitud y ángulo de fase.

Así un voltaje de fuente representado en el dominio del tiempo como:

$$v(t) = V_m \text{Cos } \omega t$$

se puede expresar en forma polar como:

$$V_m \angle 0^\circ$$

y la respuesta de corriente

$$i(t) = I_m \text{Cos } (\omega t + \phi)$$

se convierte en:

$$I_m \angle \phi^\circ$$

Esta representación compleja abreviada se llama **fasor**.

Consideremos una función $f(t) = r e^{j\omega t}$ que representa un número complejo que depende del tiempo t. sin embargo su módulo es constante e igual a r. si representamos gráficamente los instantes $t = 0, \pi/4\omega, \pi/2\omega$, se pone de manifiesto la naturaleza de la función, como se ve en la Figura NC 7.

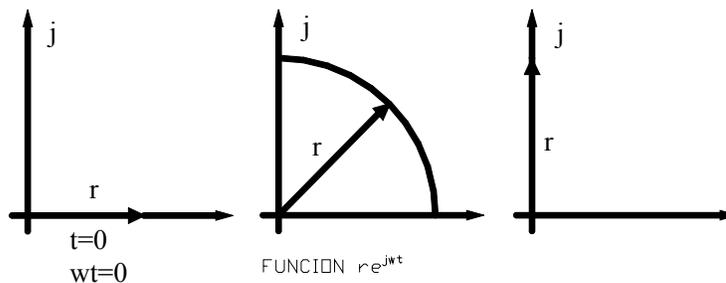


Figura NC 7
FUNCION $r e^{j\omega t}$

Para ω (velocidad angular) constante, el segmento gira en sentido contrario a las manecillas del reloj con velocidad constante. Si observamos las proyecciones de éste segmento giratorio sobre los ejes real e imaginario, veremos que coinciden con los términos coseno y seno, de $e^{j\omega t}$ dados por la fórmula de Euler, para números complejos. Ver Figura NC 8.



$$e^{j\theta} = (\cos\theta + j\text{sen}\theta)$$

$$z = x + jy$$

$$z = (r \cos\theta) + j(r \text{sen}\theta)$$

$$z = r(\cos\theta + j\text{sen}\theta)$$

$$z = re^{j\theta}$$

que es otra forma para representar un número complejo.
Que en forma polar se tiene como:

$$z = re^{j\theta} = r\angle\theta$$

Considerando un circuito serie **RL**, con una tensión igual a:

$$v = V_m \text{Sen } \omega t$$

circulará una corriente

$$i = I_m \text{Sen } (\omega t - \theta)$$

retrasada un ángulo producido por la naturaleza inductiva del circuito (ángulo de fase). Representando estos valores en forma exponencial y representándolos como unos segmentos girando contra las manecillas del reloj en los ejes real e imaginario:

$$V_m \text{Sen } \omega t = V_m e^{j\omega t}$$

$$I_m \text{Sen } (\omega t - \theta) = I_m e^{j(\omega t - \theta)}$$

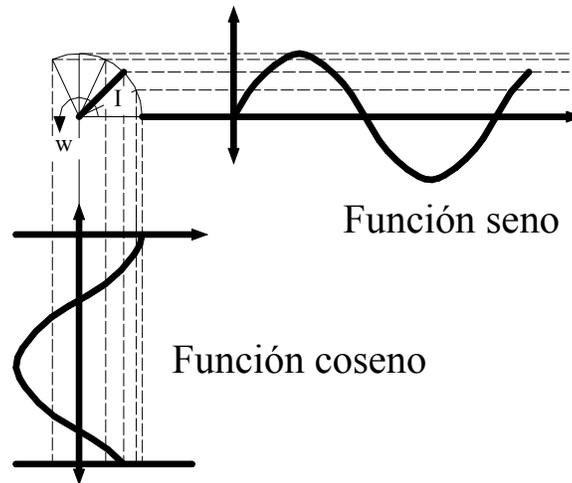
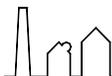


Figura NC 8

PROYECCION DE UN SEGMENTO GIRATORIO EN LOS EJES REAL E IMAGINARIO

En el diagrama se nota como el segmento de la corriente está retrasado respecto al del voltaje, y como los dos tienen la misma velocidad angular, el ángulo de fase, permanece constante. Ahora, si proyectamos los vectores para diferentes valores de ωt ($0, \pi/4, \pi/2$, etc.), obtendremos las curvas que representan los valores originales de voltaje y corriente, en forma senoidal. Ver Figura NC 9.



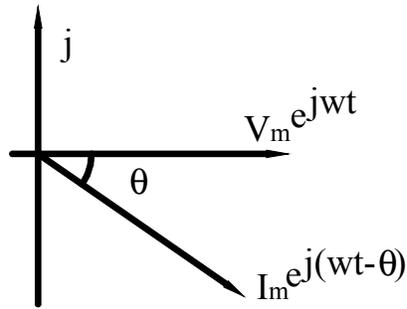


Figura NC 9
VARIABLES V e I PARA UN CIRCUITO R-L

Si transformamos los valores obtenidos en forma exponencial a la forma polar, obtendremos los fasores del voltaje y la corriente. Se dividirán los valores máximos entre $\sqrt{2}$, para obtener los valores eficaces de **V** e **I**. también consideraremos que en un momento $t=0$, el fador del voltaje de referencia ya no se encuentra sobre el eje, sino desplazado un ángulo α° .

Es decir haremos:

$$e^{j\omega t} = e^{j(\omega t + \alpha)} \quad y$$

$$e^{j\omega t - \theta} = e^{j(\omega t + \alpha - \theta)}$$

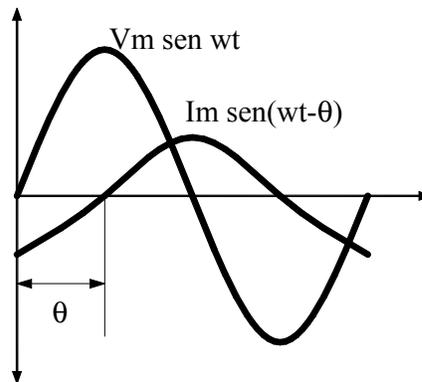


Figura NC 10

Pero cuando $t = 0$, se convierte en:

$$e^{j(0+\alpha)} = e^{j\alpha}$$

$$e^{j(0+\alpha-\theta)} = e^{j(\alpha-\theta)}$$

Finalmente tendremos:

$$\frac{V_m}{\sqrt{2}} e^{j\alpha} = V e^{j\alpha} = V \angle \alpha$$

$$\frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j(\alpha-\theta)} = I e^{j(\alpha-\theta)} = I \angle (\alpha - \theta)$$



Lo anterior es una explicación muy breve de la notación fasorial en forma básica; el completo desarrollo de esta notación requiere de un trabajo mayor con cantidades complejas en forma exponencial, sin embargo el conocimiento básico permite trabajar apropiadamente las variables que se presentan en los sistemas eléctricos actuales.



**ANALISIS DE
CIRCUITOS EN C.D.**

4.1 LEYES DE KIRCHHOFF

Se emplean en el análisis de circuitos complejos. Se dividen en Ley para Corrientes (CKC) y Ley de Voltajes (LVK), a la Ley para Corrientes se le llama también Primera Ley de Kirchhoff y a la de Voltaje, Segunda Ley de Kirchhoff.

PRIMERA LEY DE KIRCHHOFF O LEY PARA CORRIENTES (LCK).

La suma de las intensidades de corriente que llegan a un nudo de un circuito es igual a la suma de las intensidades que salen de él. Si se consideran positivas, por ejemplo, las intensidades que llegan al nudo y negativas las que salen de él, la Primera Ley establece que la suma algebraica de todas las intensidades de corriente en cualquier punto de un circuito es nula.

SEGUNDA LEY DE KIRCHHOFF O LEY PARA VOLTAJES (LVK)

En un circuito cerrado o malla, la suma de las elevaciones de potencial ó tensión es igual a la suma de las caídas de tensión a lo largo de él. Dicho con otras palabras, la suma algebraica de las diferencias de potencial en todo circuito cerrado es cero.

4.2 DIVISORES DE VOLTAJE Y DE CORRIENTE

PRINCIPIO DEL DIVISOR DE VOLTAJE.

Con frecuencia se desea conocer el valor del voltaje en las terminales de un resistor individual en un circuito en serie, ver Figura 1, el voltaje V_n en las terminales de cualquier resistencia R_n es igual al producto del voltaje aplicado $V_{tot.}$ por R_n , dividido por la suma de las resistencias $R_{eq.}$ en el circuito en serie:

$$V_n = V_{tot.} \frac{R_n}{R_{eq.}}$$



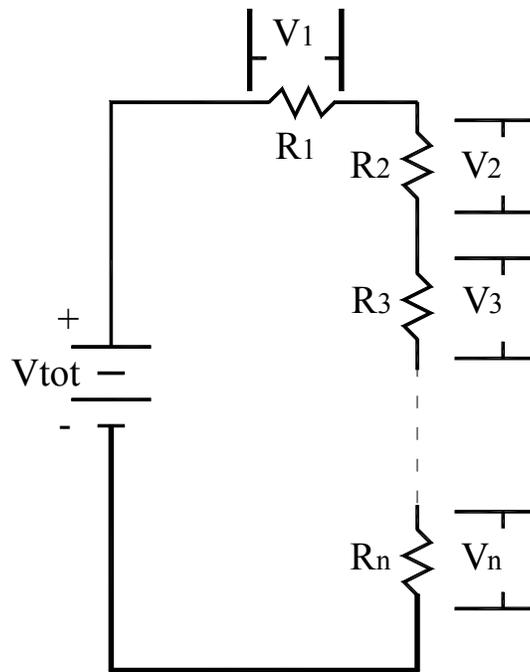


Figura AC 1
PRINCIPIO DEL DIVISOR DE VOLTAJE

A partir de la ecuación anterior, se puede ver que V_n es directamente proporcional a R_n . El principio del divisor de voltaje se aplica sólo a un circuito, como el circuito en serie, donde la corriente es la misma en cada elemento.

Ejemplo 1:

Para alimentar un relevador, de 6 ohms de resistencia, disponemos de una fuente de 24 volts, sin embargo el manual del fabricante recomienda una tensión de alimentación no mayor de 15 volts; calcular el valor de la resistencia que se debe conectar al circuito para que el voltaje en el relé sea de 15 volts.

- DATOS:
 $V_{total} = 24 \text{ V}$
 $R_{relé} (R_a) = 6 \Omega$
 $V_{relé} (V_a) = 15 \text{ V}$
 $R_b = ?$
 $V_b = ?$

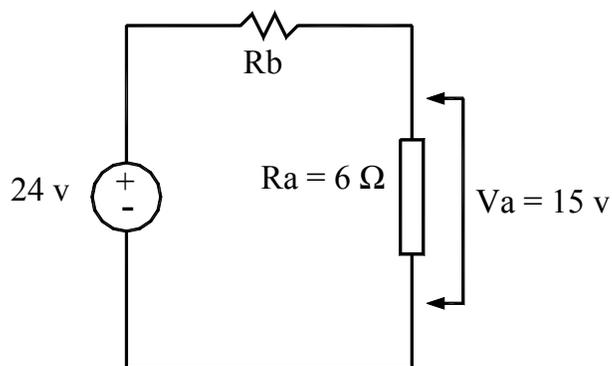


Figura AC 2



Como necesitamos reducir el voltaje en el relé de 24 a 15 V, debemos DIVIDIR el voltaje, por tanto, necesitamos conectar la resistencia en SERIE y aplicar el principio del divisor de voltaje.

$$V_b = V_{\text{tot}} \left(\frac{R_b}{R_b + R_a} \right)$$

Para obtener el valor de V_b , simplemente restamos:

$$V_b = V_{\text{to.}} - V_a = 24 - 15 = 9 \text{ V}$$

Sustituyendo datos en formula:

$$9 = 24 \left(\frac{R_b}{R_b + 6} \right)$$

$$9 = \frac{24R_b}{R_b + 6}$$

De aquí, despejamos R_b

$$9 (R_b + 6) = 24 R_b$$

$$9 R_b + 54 = 24 R_b$$

$$54 = 24 R_b - 9 R_b$$

$$54 = 15 R_b$$

$$R_b = \frac{54}{15} = 3.6 \Omega$$

La resistencia a conectar en serie con el relevador debe ser de 3.5 Ω .

PRINCIPIO DEL DIVISOR DE CORRIENTE.

En un circuito que contenga n ramas en paralelo, Figura 2, con frecuencia se desea conocer, el valor de la corriente en una rama dada. La corriente I_n en la rama R_n es igual al producto de la corriente aplicada I_{tot} por la resistencia equivalente R_{eq} del circuito en paralelo, dividida por R_n .

$$I_n = I_{\text{tot}} \cdot \frac{R_{\text{eq}}}{R_n}$$

El principio del divisor de corriente se aplica sólo a un circuito, como el circuito en paralelo, donde el voltaje en cada elemento es el mismo.



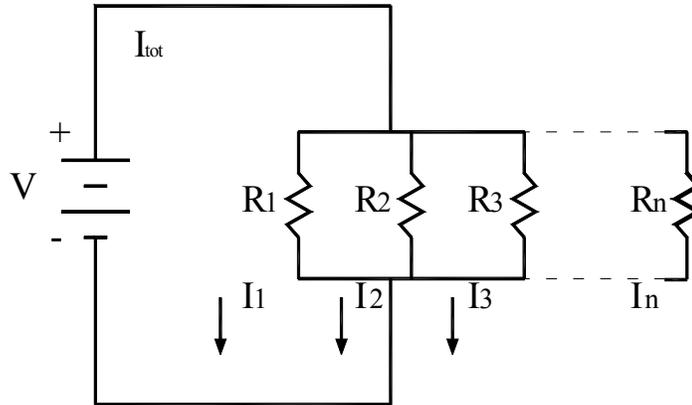


Figura AC 3
PRINCIPIO DEL DIVISOR DE CORRIENTE

En donde hay dos resistencia Ra y Rb en paralelo, la corriente Ia en Ra es:

$$I_a = I_{tot} \frac{R_b}{R_a + R_b}$$

La corriente Ib en Rb es:

$$I_b = I_{tot} \frac{R_a}{R_a + R_b}$$

La corriente de rama es inversamente proporcional a la resistencia de la rama. La rama que contiene la resistencia mayor recibe la corriente menor y viceversa.

Problema:

Para el circuito del relevador del problema anterior, los datos técnicos del relé nos indican que él mismo se activará con una corriente de 0.8 amp; por tanto, debemos calcular la corriente que circula por él, y en caso de que la misma no esté acorde a los datos técnicos, calcular el valor de la resistencia que se debe añadir al circuito para obtener la corriente adecuada al relevador.

DATOS:

$$I_{\text{relé}} (I_a) = 0.8 \text{ A}$$

$$R_{\text{relé}} (R_a) = 6 \Omega$$

$$V_{\text{relé}} (V_a) = 15 \text{ V}$$

Sabemos que el relé se está alimentando con 15 V, y tiene una resistencia de 6 Ω, entonces de acuerdo a la Ley de Ohm, por él circula una corriente de:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{15}{6} = 2.5 \text{ A}$$



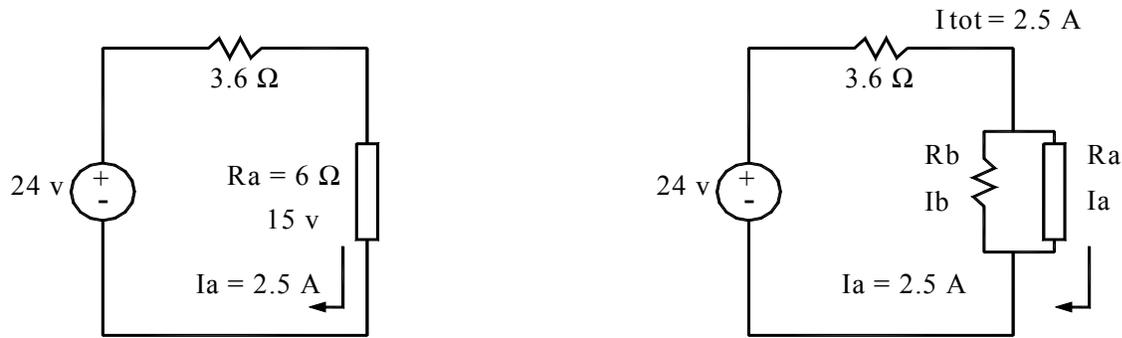


Figura AC 4
CIRCUITOS DEL PROBLEMA PARA DIVISION DE CORRIENTE

Esta corriente es mayor de la que recomienda al manual (0.8A), entonces para reducirla, necesitamos conectar una resistencia en paralelo al relé para que la $I=2.5$ se DIVIDA y para calcular el valor de la resistencia a conectar, aplicamos el principio del divisor de corriente.

$$I_b = I_{tot} \left(\frac{R_a}{R_b + R_a} \right)$$

Para saber el valor de la corriente en la resistencia a conectar solo hacemos:

$$I_b = I_{tot} - I_a = 2.5 - 0.8 = 1.7 \text{ A}$$

Ahora sustituimos los datos conocidos en la fórmula:

$$1.7 = 2.5 \left(\frac{6}{R_b + 6} \right)$$

$$1.7 = \frac{15}{R_b + 6}$$

De aquí sólo queda despejar R_b y reducir la expresión para obtener el resultado:

$$1.7 (R_b + 6) = 15$$

$$1.7 R_b + 10.2 = 15$$

$$1.7 R_b = 15 - 10.2$$

$$1.7 R_b = 4.8$$

$$R_b = \frac{4.8}{1.7} = 2.82 \Omega$$

Entonces, para que por el relevador circule de 0.8 A, necesitamos adicionar al circuito, una resistencia de 2.82 Ω en paralelo con el relevador.



4.3 ANALISIS DE MALLAS

Una malla es una trayectoria cerrada, sin otras trayectorias cerradas en su interior. Un lazo es también una trayectoria cerrada, pero puede tener otras en su interior. Por consiguiente, todas las mallas son lazos; pero no todos los lazos son mallas. Si el diagrama esquemático de un circuito está trazado limpiamente, se podrá ver el circuito como un “marco de ventana”, con las mallas como “ventanas”.

Para resolver un circuito, utilizando el análisis de mallas:

- 1.- Supóngase corrientes de malla en cualquier dirección.
- 2.- Insértense flechas de sentido del voltaje en cada elemento, debido a la corriente de malla. Los sentidos de los voltajes se fijan en las fuentes de voltaje. Si un elemento tiene más de una flecha de dirección, debido a dos corrientes de malla, marcarlas por separado dentro de las mallas respectivas.
- 3.- Escríbase la Ley de voltajes de Kirchoff en torno a cada malla, en cualquier dirección. Es conveniente utilizar la misma dirección que la de la corriente de malla.
- 4.- Vuélvase a escribir las ecuaciones resultantes en forma de bloques.

Ejemplo 2:

Resuelva el siguiente circuito aplicando el análisis de mallas.

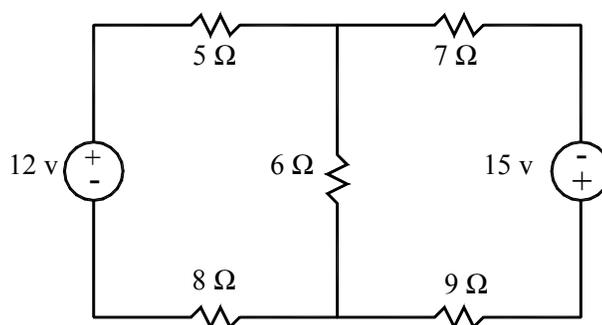


Figura AC 5

Estableciendo las ecuaciones de mallas tendremos:

MALLA I

$$12 = 5I_1 + 6I_1 + 8I_1 - 6I_2$$

$$12 = 19I_1 - 6I_2$$

$$19I_1 - 6I_2 = 12$$

Ecuación 1

MALLA II

$$15 = 9I_2 + 6I_2 + 7I_2 - 6I_1$$

$$15 = 22I_2 - 6I_1$$

$$-6I_1 + 22I_2 = 15$$

Ecuación 2



Ahora sólo se deben resolver simultáneamente las ecuaciones 1 y 2, por cualquier método conocido; en este ejemplo usaremos el método de Cramer (solución por determinantes).

$$A = \begin{vmatrix} 19 & -6 \\ -6 & 22 \end{vmatrix} = 418 - 36 = 382$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 12 & -6 \\ 15 & 22 \end{vmatrix} = 264 + 90 = 354$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 19 & 12 \\ -6 & 15 \end{vmatrix} = 285 + 72 = 357$$

Donde los resultados obtenidos de:

$$I_1 = \frac{A_1}{A} = \frac{354}{382} = 0.9267 \text{ amp.}$$

$$I_2 = \frac{A_2}{A} = \frac{357}{382} = 0.9345 \text{ amp.}$$

4.4 ANALISIS NODAL

Otro método de análisis de circuitos es el análisis nodal. Este método es útil para encontrar voltajes desconocidos, cuando se conocen los valores de las corrientes nodales de un circuito dado. Para resolver un circuito mediante el análisis nodal:

- 1.-Designense todos los nodos mediante una letra o número.
- 2.-Escójanse uno de los nodos como referencia (cero volts a tierra).
- 3.-Supónganse que todos los otros nodos están a un potencial más alto que el nodo de referencia.
- 4.-Diríjense las corrientes a través de cada elemento, saliendo del nodo que se analiza hacia el de referencia.

Supónganse corrientes entre nodos, ninguno de los cuales es el de referencia, en una dirección dada. El sentido del voltaje se acomoda a la dirección supuesta de la corriente.

- 5.-Aplíquese la Ley de corrientes de Kirchhoff a cada nodo, con excepción al de referencia.

La mayoría de la veces para simplificar la determinación de las ecuaciones por este método, se prefiere convertir los valores de las resistencias en conductancias.



Ejemplo 3:

Resuelva el siguiente circuito aplicando el análisis de nodos adecuadamente.

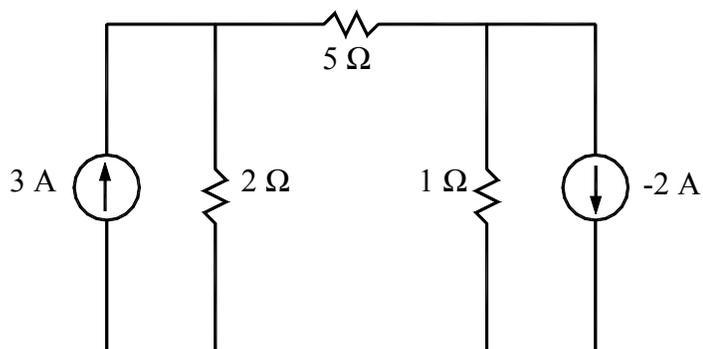


Figura AC 6

Estableciendo las ecuaciones de nodos tendremos:

NODO 1

$$3 = \frac{V_1}{2} + \frac{V_1}{5} - \frac{V_2}{5}$$

$$3 = 0.5V_1 + 0.2V_1 - 0.2V_2$$

$$3 = 0.7V_1 - 0.2V_2$$

$$0.7V_1 - 0.2V_2 = 3$$

Ecuación 1

NODO 2

$$-(-2) = \frac{V_2}{1} + \frac{V_2}{5} - \frac{V_1}{5}$$

$$2 = V_2 + 0.2V_2 - 0.2V_1$$

$$2 = 1.2V_2 - 0.2V_1$$

$$-0.2V_1 + 1.2V_2 = 2$$

Ecuación 2

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones 1 y 2, por el método de sustitución.

Despejando V_2 de la ecuación 2:

$$V_2 = \frac{2 + 0.2V_1}{1.2}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación 1:



$$0.7V_1 - 0.2\left(\frac{2+0.2V_1}{1.2}\right) = 3$$

$$0.7V_1 - 0.333 - 0.0333V_1 = 3$$

$$0.666V_1 = 3 + 0.333$$

$$V_1 = \frac{3.333}{0.6666} = 5 \text{Volts}$$

Ahora sustituyendo este valor de V_1 en V_2 despejando:

$$V_2 = \frac{2+0.2(5)}{1.2} = 2.5 \text{Volts}$$

4.5 DISIPACION DE POTENCIA

La potencia **P** se define como la rapidez de cambio de energía o trabajo eléctrico con respecto al tiempo, y con relación al voltaje y a la corriente, la potencia es igual a su producto.

$$\mathbf{P = V I}$$

Si en la ecuación anterior, sustituimos la ecuación para el voltaje de la Ley de Ohm $I=V/R$, obtendremos la potencia disipada en una resistencia R en términos de la corriente I :

$$P = VI = V\left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V^2}{R}$$

De forma similar, en función del voltaje:

$$\mathbf{P = VI = (IR) I = I^2R}$$

Ejemplo 4:

En el circuito que se muestra a continuación, hallar:

La intensidad de la corriente que circula por cada resistencia.

La caída de tensión, RI , en bornes de cada elemento.

La potencia disipada en cada resistencia.

La potencia total disipada en forma de calor.

La potencia suministrada al circuito por la batería.



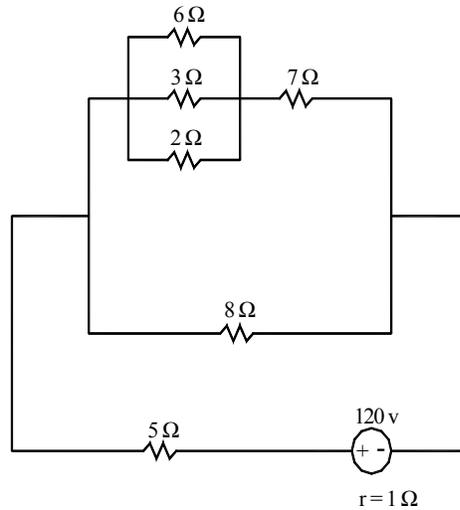


Figura AC 7

Reduciendo las resistencias 6, 3 y 2 que están en paralelo tendremos una resistencia que nombraremos R_a :

$$R_a = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = 1\Omega$$

Reduciendo R_a con la resistencia de 7 ohms obtenemos R_b :

$$R_b = 1 + 7 = 8\Omega$$

Nuevamente reduciendo en paralelo R_b con la resistencia de 8 ohms tendremos R_c :

$$R_c = \frac{1}{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}} = 4\Omega$$

Finalmente reduciendo R_c con la resistencia de 5 ohms y la resistencia interna de la fuente obtenemos la R_{eq} del circuito:

$$R_{eq} = 4 + 5 + 1 = 10\Omega$$

La corriente que entrega la fuente es:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120}{10} = 12\text{Amp.}$$

Ahora podemos saber que la potencia que entrega la fuente al circuito:

$$P = I^2 R_{eq} = (12)^2 (10) = 1440 \text{ Watts}$$



La tensión en bornes de la fuente será el voltaje nominal menos la caída de tensión por su resistencia interna.

$$120 - 12(1) = 120 - 12 = 108 \text{ Volts.}$$

La potencia que disipa la fuente por su resistencia interna es:

$$P = I^2R = (12)^2(1) = 144 \text{ Watts}$$

La corriente que circula en R_c y la resistencia de 5 ohms es la misma de 12 Amp. Que proporciona la fuente, por lo tanto la tensión en la resistencia de 5 ohms será:

$$V_5 = IR = 12(5) = 60 \text{ Volts.}$$

La potencia que disipa es:

$$P = I^2R = (12)^2(5) = 720 \text{ Watts.}$$

Como R_c está formada por R_b y la resistencia de 8Ω en paralelo; y a este arreglo le llegan 12 Amp., por división de corriente podemos saber que corriente circula por 8Ω , que será la misma corriente que llega a R_b pues también vale 8Ω :

$$I_8 = I_{\text{tot}} \left(\frac{8}{8+8} \right) = 12 \left(\frac{8}{16} \right) = 6 \text{ Amp.}$$

La tensión en bornes y la potencia disipada serán:

$$V_8 = I_8R = 6(8) = 48 \text{ Volts.}$$

$$P_8 = I_8^2R = (6)^2(8) = 288 \text{ Watts.}$$

En R_b entran 6 amperes, y R_b esta formada por R_a y la resistencia de 7Ω en serie, como la corriente es la misma obtenemos el voltaje y la potencia disipada en la resistencia de 7 ohms:

$$I = 6 \text{ Amperes.}$$

$$V_7 = IR = 6(7) = 42 \text{ Volts.}$$

$$P_7 = I^2R = (6)^2(7) = 252 \text{ Watts}$$

R_a se forma de tres resistencias en paralelo, cuya tensión en bornes es la misma para las tres, podemos calcular esta tensión y después la corriente para cada resistencia, o usar la división de corrientes; sabiendo que a R_a llegan 6 A. El voltaje para la resistencia de R_a es:

$$V = IR_a = 6(1) = 6 \text{ Volts.}$$

Calculando las corrientes y las potencias disipadas en cada resistencia que forman a R_a :

Para la resistencia de 6Ω :

$$I_6 = \frac{V}{R} = \frac{6}{6} = 1 \text{ Amper.}$$

$$P_6 = I^2R = (1)^2(6) = 6 \text{ Watts.}$$



Para la resistencia de 3Ω :

$$I_3 = \frac{V}{R} = \frac{6}{3} = 2 \text{ Amper.}$$

$$P_3 = I^2 R = (2)^2 (3) = 12 \text{ Watts.}$$

Para la resistencia de 2Ω :

$$I_2 = \frac{V}{R} = \frac{6}{2} = 3 \text{ Amper.}$$

$$P_2 = I^2 R = (3)^2 (2) = 18 \text{ Watts.}$$

La potencia total disipada en forma de calor se obtiene de la suma de las potencias disipadas por cada resistencia y la disipada por la resistencia interna de la fuente:

$$P_{\text{tot}} = 720 + 288 + 252 + 6 + 12 + 18$$

$$P_{\text{tot}} = 1296 + 144$$

$$P_{\text{tot}} = 1440 \text{ Watts.}$$



ANALISIS DE
CIRCUITOS EN C.A.

5.1 CORRIENTE ALTERNA

Un generador que cambia de polaridad periódicamente, produce una corriente alterna C.A. como se muestra en la Figura AC 1. La forma de onda es senoidal y se puede expresar en general por medio de:

$$i(t) = I_m \text{Sen}(\omega t \pm \phi)$$

En donde:

$i(t)$ = corriente en función del tiempo.

I_m = amplitud máxima o pico de la corriente.

ω = velocidad angular.

Φ = ángulo de fase medio en radianes o grados.

El ángulo especifica el desplazamiento de la forma de onda a la izquierda o derecha del origen. Se puede escribir una expresión similar para el voltaje de C.A.

$$v(t) = V_m \text{Sen}(\omega t \pm \phi)$$

En donde $v(t)$ es el voltaje en función del tiempo y V_m la amplitud máxima o pico del voltaje.

La velocidad angular se relaciona con la Frecuencia f (en Hertz) por medio de:

$$\omega = 2\pi f \quad \text{ó bien} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

El periodo T , el lapso de tiempo para un ciclo completo (en segundos), es:

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{ó bien} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$



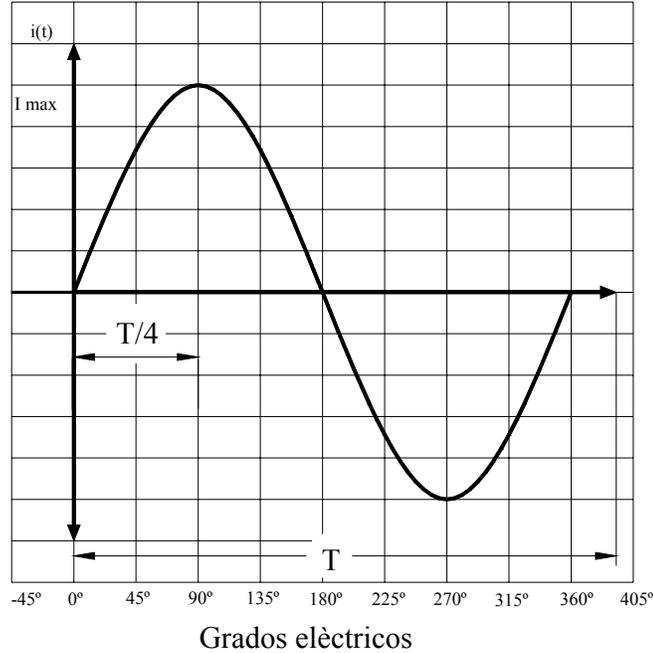


Figura AC 1
FORMA DE LA ONDA SENOIDAL EN C.A.

5.2 VALOR PROMEDIO O VALOR MEDIO

El valor promedio (C.A.) de una forma de onda periódica es igual al área neta de la forma de onda, dividida por el periodo T o 2π rad. Puesto que los semiciclos positivos y negativos de una onda senoidal son iguales, su valor de C.A. ó valor medio, es igual a cero.

En función de la corriente, la expresión general para el valor medio de cualquier forma de onda periódica es:

$$I_{prom.} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$$

5.3 VALOR EFICAZ (rms)

Al circular una corriente $i(t)$ por un elemento resistivo puro R , éste disipa una cantidad de energía que es igual a la que se produce si por dicho elemento circula una corriente constante (C.D.) I . En estas condiciones, se dice que $i(t)$ tiene un valor eficaz I_{ef} equivalente a la corriente constante I . Lo mismo se diría de la tensión eficaz V_{ef} . Por tanto, el valor efectivo o raíz cuadrática media (rms) de una forma de onda periódica senoidal es:

$$I_{rms} = 0.7071 I_m = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_{rms} = 0.7071 V_m = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$



5.4 INTENSIDADES Y TENSIONES SENOIDALES (corrientes y voltajes)

En las tablas que se dan a continuación aparecen las tensiones en los bornes y las corrientes por los tres elementos **R**, **L** y **C** puros, para el caso de que se aplique voltaje o corriente de forma senoidal.

Tensión en bornes de un elemento puro si la corriente aplicada es senoidal de la forma:	Corriente en los elementos puros si la tensión aplicada es senoidal de la forma:
$i = I_m \text{ Sen } \omega t$	$v = V_m \text{ Sen } \omega t$
Resistencia $V_r = R I_m \text{ Sen } \omega t$	Resistencia $I_R = \frac{V_m}{R} \text{ Sen } \omega t$
Inductancia $V_l = \omega L I_m \text{ Cos } \omega t$	Inductancia $I_L = \frac{V_m}{\omega L} (-\text{Cos } \omega t)$
Capacitancia $V_c = \frac{I_m}{\omega C} (-\text{Cos } \omega t)$	Capacitancia $I_C = \omega C V_m \text{ Cos } \omega t$

5.5 RELACIONES DE VOLTAJE Y CORRIENTE EN LOS ELEMENTOS PUROS

RESISTENCIA PURA.

En la Figura AC 2 se conecta una fuente de voltaje de C.A., $v = V_m \text{ Sen } \omega t$, a un elemento resistivo **R**, por la ley de Ohm:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_m}{R} \text{ Sen } \omega t = I_m \text{ Sen } \omega t$$

En donde:

$$I_m = \frac{V_m}{R}$$



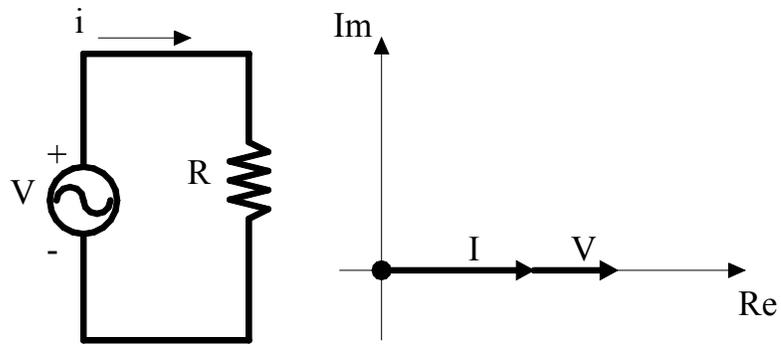
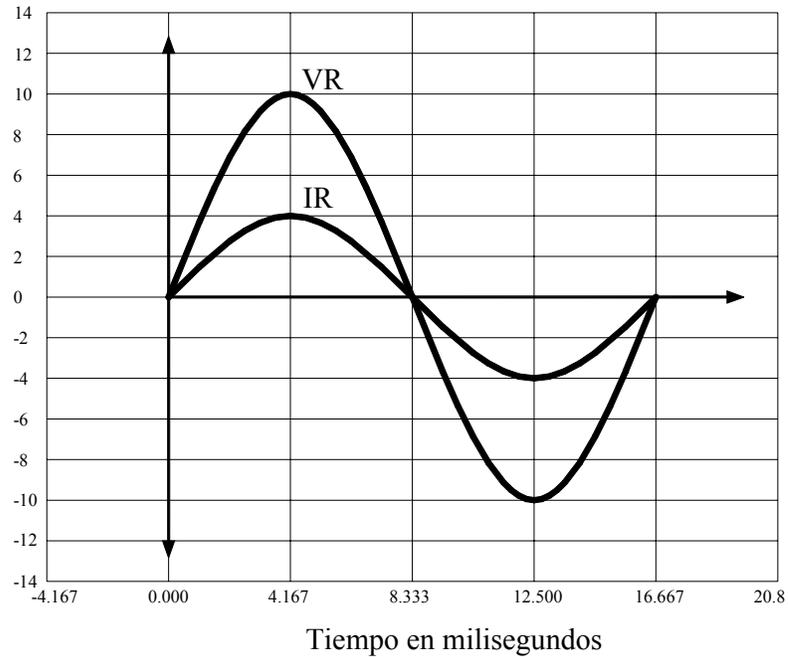


Figura AC 2
CORRIENTE Y VOLTAJE EN UN CIRCUITO RESISTIVO PURO

Al graficar v e i en función del tiempo se puede ver que el voltaje y la corriente en una resistencia pura están en fase, como en la Figura AC 2.

La impedancia es:

$$Z = \frac{V}{I}$$

En un circuito puramente resistivo, la impedancia es real e igual a R .



INDUCTANCIA PURA.

En la Figura AC 3, la corriente que fluye en una inductancia pura **L** es igual a la forma $i = I_m \text{ Sen } \omega t$, y el voltaje es:

$$v = I_m \omega L \text{ Cos } \omega t$$

la impedancia esta definida como:

$$Z = R + j XL$$

pero, la consideración en un circuito puramente inductivo es que el valor de la resistencia sea cero, se tiene:

$$Z = j XL$$

y

$$XL = \omega L \quad j = 90^\circ$$

por lo tanto; de la ley de Ohm

$$v = i z$$

$$v = (I_m \text{ Sen } \omega t) (j \omega L)$$

sustituyendo el valor de $j = 90^\circ$

$$v = (I_m \omega L) (\text{Sen } \omega t + 90^\circ)$$

En donde $V_m = I_m \omega L$ y $\text{Cos } \omega t = \text{Sen } (\omega t + 90^\circ)$. Al graficar v e i en función del tiempo, se puede ver que el voltaje tiene un adelanto de 90° sobre la corriente (ó bien la corriente tiene un retraso de 90° en relación al voltaje), en una inductancia pura.

$$v = V_m \text{ Cos } \omega t$$

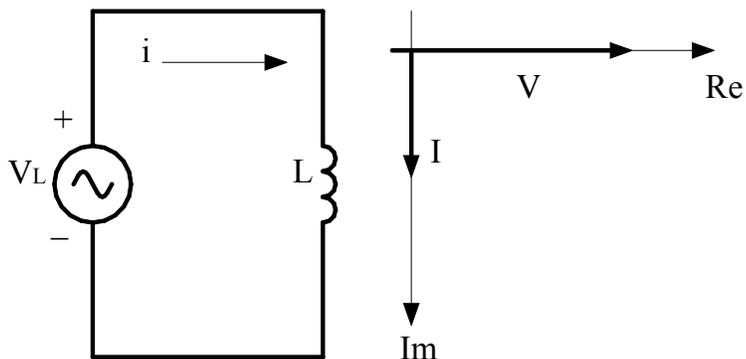
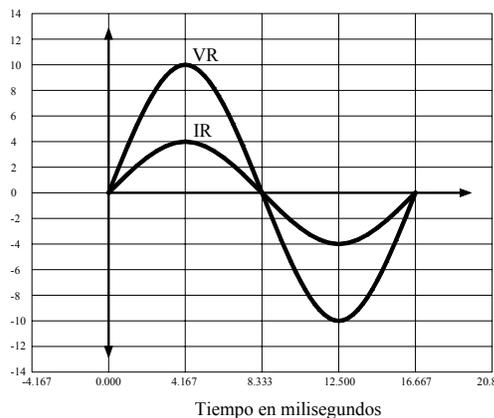


Figura AC 3
CORRIENTE Y VOLTAJE EN UN ELEMENTO INDUCTIVO PURO



CAPACITANCIA PURA.

En la Figura NC 4, el voltaje entre las terminales de una capacitancia pura C es igual a $v = V_m \text{ Sen } \omega t$, y la corriente es:

$$i = V_m \omega C \text{ Cos } \omega t$$

la impedancia esta definida como:

$$z = R - j X_c$$

pero, la consideración en un circuito puramente capacitivo es que el valor de la resistencia sea cero, se tiene:

$$z = -j X_c$$

y

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \quad j = 90^\circ$$

por lo tanto; de la ley de Ohm

$$i = \frac{v}{z}$$

sustituyendo el valor de $j = 90^\circ$

$$i = \frac{V_m \text{ Sen } \omega t}{\frac{1}{\omega C} \frac{-90^\circ}{\omega C}}$$

en donde $I_m = V_m \omega C$ y $\text{Cos } \omega t = \text{Sen } (\omega t + 90^\circ)$. Al graficar v e i en función del tiempo, se puede ver que la corriente tiene un adelanto sobre el voltaje de 90° (ó que el voltaje tiene un retraso sobre la corriente de 90°), en una capacitancia pura.

$$i = V_m \omega C \text{ Sen } [\omega t - (-90^\circ)]$$

$$i = I_m \text{ Cos } \omega t$$

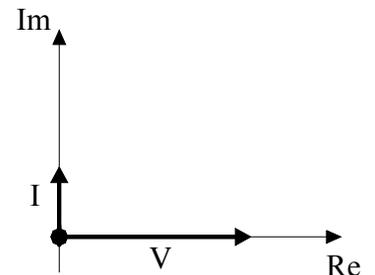
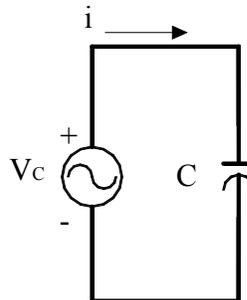
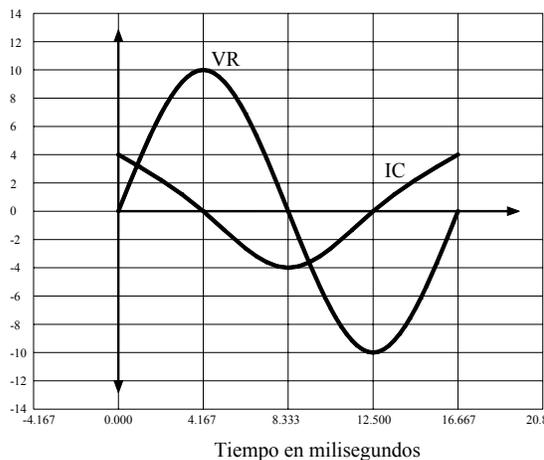


Figura AC 4
CORRIENTE Y VOLTAJE EN UN ELEMENTO CAPACITIVO PURO



5.6 IMPEDANCIA (Z)

La impedancia de un elemento aislado, o de una rama de varios elementos, o de un circuito completo, es la relación entre la tensión aplicada y la intensidad de corriente que circula por el elemento o circuito.

$$\text{IMPEDANCIA} = \frac{\text{TENSION APLICADA}}{\text{CORRIENTE QUE CIRCULA}}$$

Si las tensiones e intensidades de corriente son senoidales, esta relación tiene un módulo y un argumento (ángulo). El argumento ó ángulo entre la tensión v y la corriente i se llama ángulo de fase.

Para el caso de la C.D. la oposición al paso de la corriente se representa por la resistencia, pero para la C.A. en lugar de tener presente solamente la resistencia, también se presenta la reactancia (inductiva ó capacitiva); y a la combinación de ambos valores se le denomina **impedancia**, que también es una oposición al paso de la corriente.

En forma general, la impedancia Z se puede expresar como sigue:

$$Z = R \pm jX$$

Y es un número complejo. La parte real de Z está representada por R (resistencia) y la parte imaginaria (j) se representa por X (reactancia). El signo más (+) se asocia a la reactancia inductiva y el menos (-) a la reactancia capacitiva. Puesto que la unidad de Z son Ohms, R y X están también en Ohms.

5.7 ANGULO DE FASE

Si tanto la tensión como la corriente son funciones de tiempo y se representan gráficamente con la misma escala de tiempos, aparece un desplazamiento relativo entre ambas magnitudes que solo es nulo en el caso que se trate de un elemento resistivo puro. Dicho desplazamiento es el ángulo de fase y nunca puede ser superior a $\pm 90^\circ$ ó $\pm \pi/2$ radianes. Por convenio, al hablar del ángulo de fase se considera « **el que forma la intensidad de corriente i con la tensión v** ».

5.8 ADMITANCIA (Y)

Como se vio anteriormente, la conductancia es la inversa de la resistencia, para el caso de la impedancia, su inversa es la admitancia:

$$Y = \frac{1}{Z}$$

Su unidad es el Siemen (S); en forma general se puede expresar por medio de:

$$Y = G \pm jB$$

G = es la conductancia.

B = es la susceptancia.

Un error muy común es pensar que en este caso $G = \frac{1}{R}$ y $B = \frac{1}{X}$.



El resultado correcto es:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R \pm jX} = \frac{(R)(jX)}{R^2 + X^2}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2}$$

5.9 LEYES DE KIRCHHOFF PARA CIRCUITOS DE C.A.

Las leyes de corrientes y voltajes de Kirchhoff se aplican del mismo modo a los circuitos de C.A. En estado permanente que a los C.D. La única diferencia es que, en general, a un circuito de C.A., se asocian números complejos y fasores.

5.10 DIVISORES DE VOLTAJE Y DE CORRIENTE

Los principios del divisor de voltaje y de corriente vistos en los circuitos de C.D., se aplican de igual forma en los circuitos de C.A. con la diferencia de que en estos, se asocian valores complejos y fasores. En general para una impedancia Z_n tenemos:

En un circuito en serie $V_n = V_{tot} \frac{Z_n}{Z_{eq}}$.

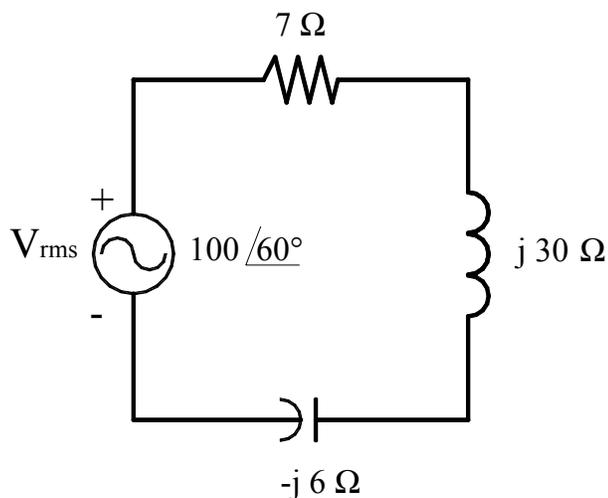


Figura AC 5
DIVISOR DE VOLTAJE Y CORRIENTE

En un circuito paralelo $I_n = I_{tot} \frac{Z_{eq}}{Z_n}$.



Ejercicio 1:

Mediante la división de voltajes, determine el valor en el inductor del circuito mostrado.

$$V_{ind} = V_{tot} \frac{j30}{7 - j6 + j30}$$

$$V_{ind} = 100 \angle 60^\circ \left(\frac{j30}{7 + j24} \right)$$

$$V_{ind} = 100 \angle 60^\circ \left(\frac{30 \angle 90^\circ}{25 \angle 73.74^\circ} \right)$$

$$V_{ind} = 100 \angle 60^\circ (1.2 \angle 16.26^\circ)$$

$$V_{ind} = 120 \angle 76.26^\circ \text{ volts}$$

5.11 ANALISIS DE MALLAS Y DE NODOS PARA CIRCUITOS DE C.A.

Los métodos de mallas y de nodos usados en la solución de circuitos de C.D., son también aplicables para resolver circuitos de C.A. en estado permanente, teniendo presente que ahora se manejan números complejos, y en el caso del análisis de nodos, se manejarán admitancias (Y) en circuitos de C.A., cuando en C.D. se manejaban valores de conductancias.

Ejercicio 2:

Hallar las corrientes de malla del circuito mostrado.

Usando el análisis de mallas para la solución de este problema, obtenemos las ecuaciones para cada malla y después aplicaremos la regla de Cramer para obtener los resultados.

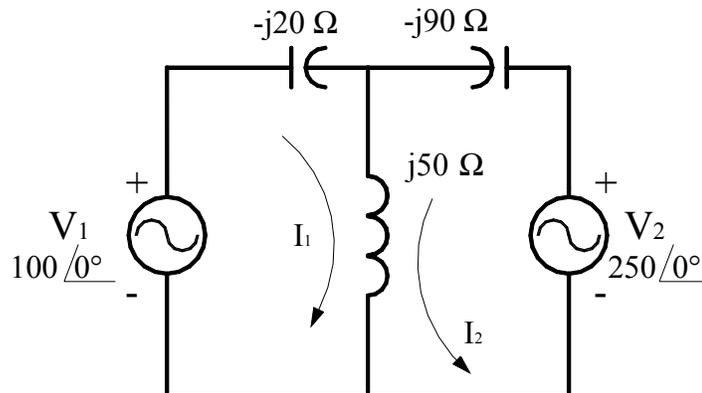


Figura AC 6

Para la malla de I_1 :

$$100 \angle 0^\circ = -j20I_1 + j50I_1 + j50I_2$$

$$j30I_1 + j50I_2 = 100 \angle 0^\circ$$

Para la malla I_2 :

$$250 \angle 0^\circ = -j90I_2 + j50I_2 + j50I_1$$

$$j50I_1 - j40I_2 = 250 \angle 0^\circ$$



Aplicando la regla de Cramer:

$$A = \begin{vmatrix} j30 & j50 \\ j50 & -j40 \end{vmatrix} = 1200 + 2500 = 3700$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 100 & j50 \\ 250 & -j40 \end{vmatrix} = -j4000 - j12500 = -j16500$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} j30 & 100 \\ j50 & 250 \end{vmatrix} = j7500 - j5000 = j2500$$

Ahora obteniendo las corrientes :

$$I_1 = \frac{A_1}{A} = \frac{-j16500}{3700} = \frac{16500 \angle 90^\circ}{3700 \angle 0^\circ}$$

$$I_1 = 4.46 \angle -90^\circ \text{ Amperes.}$$

$$I_2 = \frac{A_2}{A} = \frac{j2500}{3700} = \frac{2500 \angle 90^\circ}{3700 \angle 0^\circ}$$

$$I_2 = 0.675 \angle 90^\circ \text{ Amperes.}$$

Ejercicio:

Hallar las tensiones en los puntos *fg* y *gh* del circuito que se muestra.

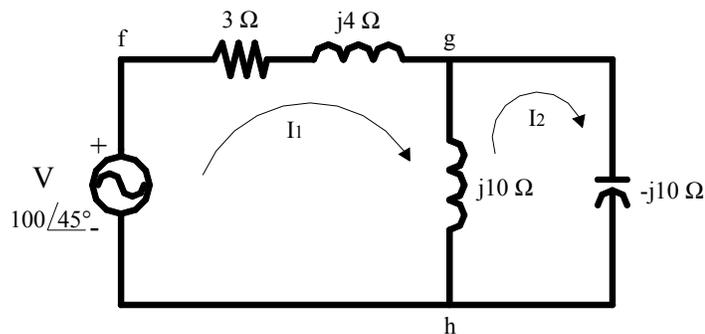


Figura AC 7

Aplicando el análisis de mallas a este circuito tendremos:

Para la malla I_1 :

$$100 \angle 45^\circ = (3 + j4 + j10)I_1 - j10I_2$$

$$(3 + j14)I_1 - j10I_2 = 100 \angle 45^\circ$$

Para la malla I_2 :

$$0 = (j10 - j10)I_2 - j10I_1$$

$$-j10I_1 = 0 \text{ por lo tanto :}$$

$$I_1 = \frac{0}{-j10} = 0 \text{ Amper.}$$



substituyendo este valor en la ecuación de malla I_1 :

$$(3 + j14)(0) - j10I_2 = 100\angle 45^\circ$$

$$-j10I_2 = 100\angle 45^\circ$$

$$I_2 = \frac{100\angle 45^\circ}{-j10} = \frac{100\angle 45^\circ}{10\angle -90^\circ}$$

$$I_2 = 10\angle 135^\circ \text{ Amperes.}$$

$$I_2 = -7.071 + j7.071 \text{ Amperes.}$$

Ahora calculamos los voltajes aplicando la ley de Ohm en cada rama:

$$V_{fg} = Z_{fg}I_1 = (3 + j4)0 = 0 \text{ Volts}$$

$$V_{gh} = Z_{gh}(I_1 - I_2)$$

$$V_{gh} = (j10)[0 - (-7.071 + j7.071)]$$

$$V_{gh} = (j10)(7.071 - j7.071)$$

$$V_{gh} = 10\angle 90^\circ(10\angle -45^\circ)$$

$$V_{gh} = 100\angle 45^\circ \text{ Volts.}$$

Que es el voltaje que se está aplicando al circuito.

Ejercicio

Determinar, en el circuito mostrado, las tensiones en los nodos 1 y 2 con respecto a la referencia elegida.

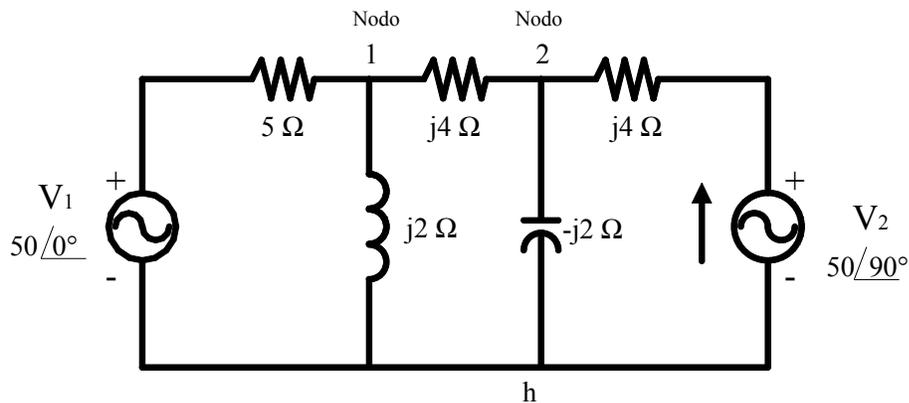


Figura AC 8



Aplicando el análisis de nodos obtenemos las siguientes ecuaciones.

NODO 1

$$\frac{50\angle 0^\circ}{5} = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{j2}\right)V_1 - \frac{1}{4}V_2$$
$$(0.45 - j0.5)V_1 - 0.25V_2 = 10\angle 0^\circ$$

NODO 2 :

$$\frac{50\angle 90^\circ}{2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{-j2} + \frac{1}{4}\right)V_2 - \frac{1}{4}V_1$$
$$-0.25V_1 + (0.75 + j0.5)V_2 = 25\angle 90^\circ$$

Aplicando la regla de Cramer resolvemos las dos ecuaciones anteriores:

$$\Delta = \begin{vmatrix} (0.45 - j0.5) & -0.25 \\ -0.25 & (0.75 + j0.5) \end{vmatrix} = 0.525 + j0.15 = 0.546\angle -15.94^\circ$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -0.25 \\ j25 & (0.75 + j0.5) \end{vmatrix} = 7.5 + j11.25 = 13.52\angle 56.3^\circ$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} (0.45 - j0.5) & 10 \\ -0.25 & j25 \end{vmatrix} = 15 + j11.25 = 18.75\angle 36.86^\circ$$

los valores V_1 y V_2 se obtienen de :

$$V_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{13.52\angle 56.3^\circ}{0.546\angle -15.94^\circ} = 24.76\angle 72.24^\circ \text{ Volts.}$$

$$V_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{18.75\angle 36.86^\circ}{0.546\angle -15.94^\circ} = 34.34\angle 52.8^\circ \text{ Volts.}$$



**TEORIA Y USO DE
MULTIMETROS**

6.1 GALVANOMETRO

Es un instrumento que detecta y mide corrientes eléctricas muy pequeñas. El galvanómetro del tipo D'Arsonval, empleado en medidas de C.D., está constituido por un imán permanente entre cuyos polos está una bobina de cuadro móvil suspendida de un hilo de torsión. Cuando no circula corriente por la bobina, el plano del cuadro móvil se sitúa paralelamente a la dirección de campo magnético.

Si por la bobina circula una corriente, las fuerzas a que se encuentra sometido el cuadro, constituyen un par que le obliga a girar un ángulo hasta que se iguale dicho par con el de torsión del hilo de suspensión, alcanzándose en este momento el equilibrio. El par sobre el cuadro móvil y, por consiguiente, la desviación angular producida, es proporcional a la intensidad de corriente que circula por la bobina.

6.2 AMPERIMETRO

Si una pequeña resistencia (shunt) se conecta en paralelo con un galvanómetro, el instrumento se puede usar para medir intensidades de corriente más altas y se denomina amperímetro.

Casi toda la corriente a medir pasará por la resistencia de (shunt) y sólo una pequeña proporción circula por el galvanómetro, de manera que mediante una calibración adecuada se puede obtener la lectura de la corriente total directamente.

El amperímetro se ha de colocar siempre en serie con el circuito y debe de ser de muy baja resistencia. Con objeto de variar el campo de medida de un amperímetro se pone en paralelo ó (shunt) con una resistencia pequeña.

6.3 VOLTIMETRO

Si un galvanómetro se le pone en serie una resistencia muy grande, se puede medir la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito, habiéndose construido un voltímetro. La corriente por la bobina del cuadro móvil del galvanómetro es proporcional a la diferencia de potencial entre los dos puntos.

El voltímetro se ha de colocar, siempre, en paralelo con los puntos cuya diferencia de potencial (d.d.p.) se desea y su resistencia serie debe ser muy grande. Para variar en el campo de medida de un voltímetro se coloca una resistencia elevada en serie con él.



6.4 MEDICION DE UNA RESISTENCIA CON UN AMPERIMETRO Y UN VOLTIMETRO

Para medir la intensidad de una corriente por un elemento conductor se coloca, en serie con el elemento, un amperímetro (baja resistencia). La diferencia de potencial se mide colocando, en paralelo con el elemento, un voltímetro (alta resistencia). Se puede entonces deducir la resistencia de un elemento por el que circula una corriente eléctrica, midiendo la intensidad (amperímetro en serie) y la diferencia de potencial o caída de tensión (voltímetro en paralelo), ya que la ley de Ohm, $R = \frac{V}{I}$. (En una medida más precisa, se deben tener en cuenta las propias resistencias del amperímetro —pequeña— y del voltímetro —grande— como elementos pertenecientes al circuito).

6.5 MULTIMETROS ANALOGICOS Y DIGITALES

El principio de funcionamiento de los primeros instrumentos de medición se basa en lo descrito anteriormente, y así con diferentes selectores se obtuvieron equipos que realizaban mediciones de los principales parámetros de un circuito, como **corriente** (C.D. y C.A.), **voltaje** (C.D. y C.A.), resistencia y continuidad, y se conocen como multímetros.

En la actualidad existen multímetros de dos tipos: multímetros analógicos y multímetros digitales; los analógicos trabajan con el principio del elemento móvil, al cual se le monta una aguja indicadora que se mueve sobre una escala. Los multímetros digitales trabajan a base de elementos electrónicos y/o circuitos integrados, presentando las lecturas a través de un display de 4 o 3 ½ dígitos.

Generalmente los multímetros digitales incluyen más funciones que los analógicos, como mediciones de elementos semiconductores (transistores, diodos), mediciones de frecuencia, continuidad con alarma sonora, memoria para lecturas, etc., y tienen una mayor precisión, existen algunos que indican a través de su alarma la incorrecta posición del selector, evitando daños en el propio instrumento.

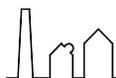


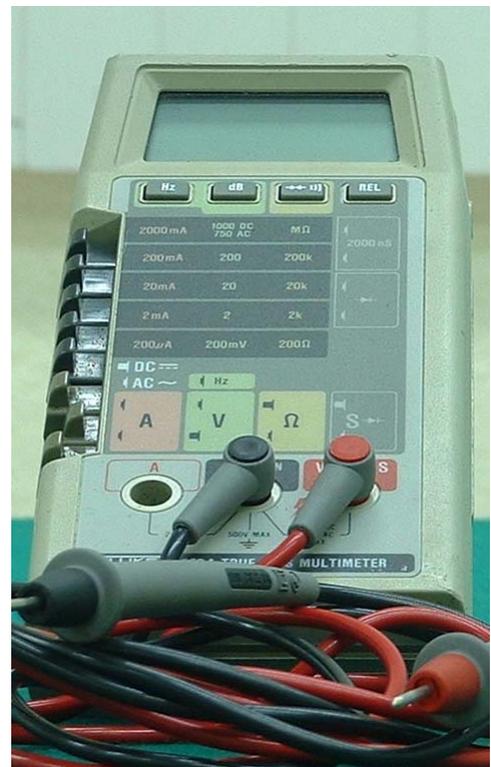


Figura TM 1
MULTIMETRO ANALOGICO.



(a)

Figura TM 2
MULTIMETRO DIGITAL.



(b)

Figura TM 2
MULTIMETRO DIGITAL.

En general cualquiera de los dos tipos de multímetros sirve para llevar a cabo las mediciones fundamentales de parámetros de un circuito.



6.6 ELEMENTOS DE UN MULTIMETRO

En forma general todos los multímetros constan de una carátula ó pantalla para toma de lecturas, un selector de parámetros a medir en diferentes escalas (x1, x10, x100, etc.).

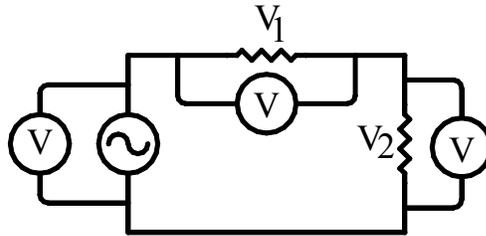


Figura TM3
CONEXION DE MULTIMETROS PARA
MEDICIONES DE VOLTAJE.

Que nos indican el factor por el cuál se multiplica la lectura obtenida en la carátula (en el caso de los analógicos pues los digitales dan las lecturas directamente), también constan de dos terminales de prueba (roja y negra) para tomar las mediciones, y con tres o más puntos de inserción de estas terminales, para diferentes rangos de medición (generalmente para corrientes mayores de 1 amper); en todos los multímetros la terminal de color negro es llamada común (**COM**) y se inserta en el borne marcado de esta forma, mientras que la terminal color roja es la que se coloca en los puntos en los que se requiere medir voltaje, resistencia o corriente.

Es importante recordar la forma de conexión de los multímetros a un circuito, para la medición de tensiones y corrientes, por una parte para obtener la lectura correcta y por otra evitar el daño de equipo, ya que una conexión incorrecta puede hacer que uno o más elementos internos del multímetro se dañen, dejando inservible el aparato. Para la medición de **TENSIONES** o **VOLTAJES**, el instrumento debe conectarse en **PARALELO**, como en la Figura TM 3, al elemento o circuito del que deseamos conocer su tensión.

Para la medición de **CORRIENTES**, Figura TM 4, el instrumento debe conectarse en **SERIE** con el elemento ó circuito del cuál deseamos conocer la intensidad de corriente que absorbe.

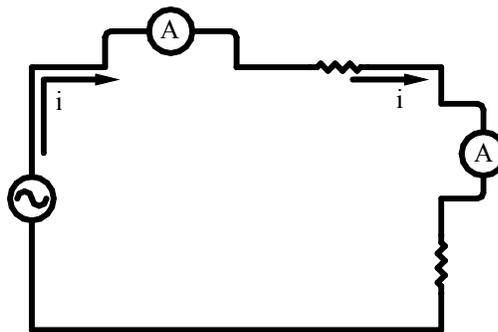


Figura TM4
CONEXIÓN DE MULTIMETRO
PARA MEDICIONES DE CORRIENTE

También se debe recordar que para la medición en C.D., la punta negra nos representa el punto (-) del multímetro y la roja el punto (+).

**POTENCIA ELECTRICA TRIFASICA Y
DIAGRAMAS P-Q**

En muchos dispositivos eléctricos uno de los parámetros que más interesa es el de la potencia. La tensión aplicada al circuito de elementos pasivos de la Figura PE 1 es una función del tiempo. La intensidad que resulta es, igualmente una función del tiempo cuyo valor depende de los elementos que integran dicho circuito. El producto, en cada instante, de la tensión por la corriente se llama potencia instantánea y viene dada por:

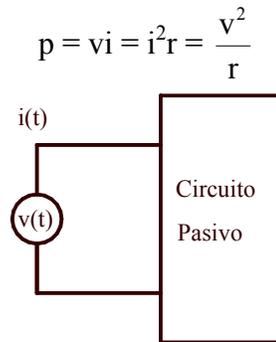


Figura PE 1
APLICACION DE $V(t)$ e $I(t)$ A UN
CIRCUITO PASIVO DESCONOCIDO

La potencia p puede tomar valores positivos ó negativos, según el instante o el intervalo de tiempo que se considere. Una potencia p positiva significa una transferencia de energía de la fuente a la red, mientras que una potencia p negativa corresponde a una transferencia de energía de la red a la fuente.

7.1 POTENCIA EN REGIMEN PERMANENTE SENOIDAL

POTENCIA ACTIVA (P)

Considerando el caso ideal de que un circuito pasivo contenga exclusivamente, un elemento inductivo al que se aplica una tensión senoidal de la forma:

$$v = V_m \text{ Sen } \omega t$$

La intensidad de corriente que circula es de la forma:

$$i = I_m \text{ Sen } (\omega t - \pi/2)$$

El valor de la potencia instantánea es:

$$p = vi = V_m I_m (\text{sen } \omega t)(\text{sen } \omega t - \pi/2)$$



como:

$$\text{sen}(\omega t - \pi/2) = -\text{cos} \omega t$$

y

$$2 \text{sen} x \text{cos} x = \text{sen} 2x$$

podemos escribir:

$$p = -\frac{1}{2} V_m I_m \text{Sen} 2\omega t$$

En la Figura PE 2 se pone de manifiesto este hecho. Cuando v e i son positivos, la potencia p es positiva, por lo que existirá una transferencia de energía de la fuente a la bobina. Cuando v e i son de signo contrario, la potencia es negativa, y la bobina devuelve a la fuente la energía que antes le había suministrado. La frecuencia de la potencia es el doble que la correspondiente a la tensión o a la corriente. El valor promedio de la potencia, que representaremos por p , en un ciclo o periodo completo es cero.

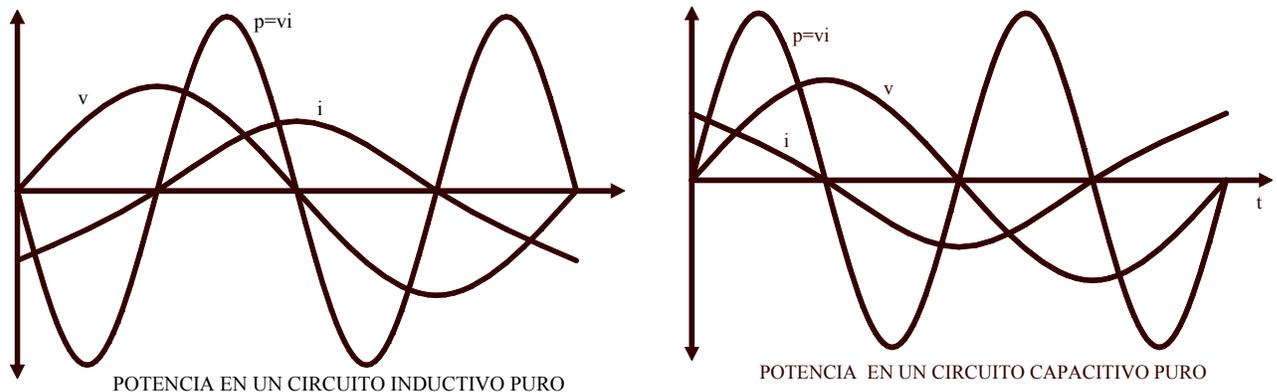


Figura PE 2

En el caso ideal que el circuito estuviese formado por un condensador puro, de capacidad C , obtendríamos resultados análogos, como puede apreciarse también en la Figura PE 2.

Si aplicamos dicha tensión a un circuito constituido por una sola resistencia, la corriente que circula por ella es:

$$i = I_m \text{sen} \omega t$$

y la potencia correspondiente será:

$$p = v i = V_m I_m \text{sen} \omega t$$

pero tenemos que:

$$\text{sen} x = \frac{1}{2}(1 - \text{cos} 2x), \quad \text{con lo cual}$$

$$p = \frac{1}{2} V_m I_m (1 - \text{cos} 2\omega t)$$

Resultado que podemos observar en la Figura PE 3, donde vemos que la frecuencia de la potencia es también el doble de la correspondiente a la tensión o a la corriente. Además, la potencia es siempre positiva y varía desde cero hasta un valor máximo $V_m I_m$. El valor medio de la potencia es $\frac{1}{2}$ de $V_m I_m$.



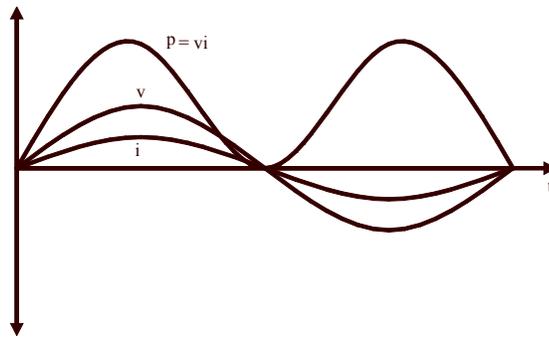


Figura PE 3
CURVAS DE V, I y P PARA UN CIRCUITO RESISTIVO PURO

En el caso de un circuito pasivo general, aplicando una tensión:

$$v = V_m \sin \omega t$$

circula una corriente:

$$i = I_m \sin (\omega t + \theta)$$

donde el ángulo de fase será positivo o negativo, según el carácter inductivo o capacitivo, del circuito; la potencia instantánea es:

$$p = v i = V_m I_m \sin \omega t \sin (\omega t + \theta)$$

la que se convierte, por medio de reducciones trigonométricas en la siguiente ecuación:

$$p = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)]$$

La potencia instantánea consta de un término cosenoidal:

$$-\frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta)$$

cuyo valor medio es cero, y de un término constante:

$$V_m I_m \cos \theta$$

En estas condiciones, el valor medio de **p** o de potencia activa **P** es:

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \theta = V I \cos \theta$$

donde $V = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ e $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ son los valores eficaces de los fasores **V** e **I** respectivamente. El término

cos θ se llama **factor de potencia** (f.p.). El ángulo θ es el que forman **V** e **I** y está siempre comprendido entre $\pm 90^\circ$. De esto se deduce que $\cos \theta$ y, por tanto, **P**, es siempre positivo. Pero para indicar el signo de θ diremos que un circuito inductivo, en el que la intensidad de corriente está retrasada al voltaje, tiene un factor de potencia en atraso. Un circuito capacitivo, como la corriente adelanta a la tensión, tiene un factor de potencia en adelanto.

La unidad de potencia activa es el watt (W); como múltiplo se usa el kilowatt (Kw.), 1 kW=1000W.



POTENCIA APARENTE (S).

El producto VI se llama potencia aparente y se representa por la letra **S**. La unidad es el Voltio-Amperio (VA), y su múltiplo más empleado es el kilovolt-Amper (kVA), siendo $1 \text{ kVA} = 1000 \text{ VA}$.

POTENCIA REACTIVA (Q).

El producto $VI \text{ sen } \theta$ se llama potencia reactiva y se representa por la letra **Q**. La unidad de **Q** es el Voltio-Amperio reactivo (VAR), su múltiplo más usual es el kilovolt-Amper reactivo (kVAR).

7.2 TRIANGULO DE POTENCIAS

Las expresiones de potencia activa, aparente y reactiva, se pueden representar geoméricamente mediante los lados de un triángulo que se llama **triángulo de potencias**. Consideremos un circuito inductivo representado con la corriente en atraso al voltaje como en la Figura PE 4, y también representando las componentes activa y reactiva de la misma corriente; vemos que la componente activa de la corriente queda en fase con el voltaje y la componente reactiva queda en cuadratura con el mismo (90° en atraso); y además en el tercer triángulo vemos las corrientes pero multiplicadas por la tensión eficaz y en este caso:

Potencia Activa **P** = tensión x componente activa de **I**:

$$P = V I \text{ Cos } \theta$$

Potencia Reactiva **Q** = tensión x componente reactiva de **I**:

$$Q = V I \text{ Sen } \theta$$

Potencia Aparente **S** = tensión x corriente:

$$S = V I$$

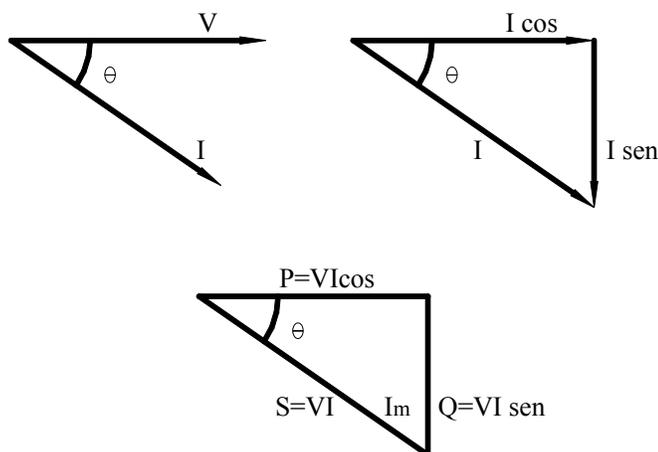


Figura PE4
TRIANGULO DE POTENCIAS PARA UNA CARGA
INDUCTIVA

De la misma forma se construyen los diagramas del triángulo de potencias para una carga capacitiva, la cual tendrá una componente **Q** por encima de la horizontal.



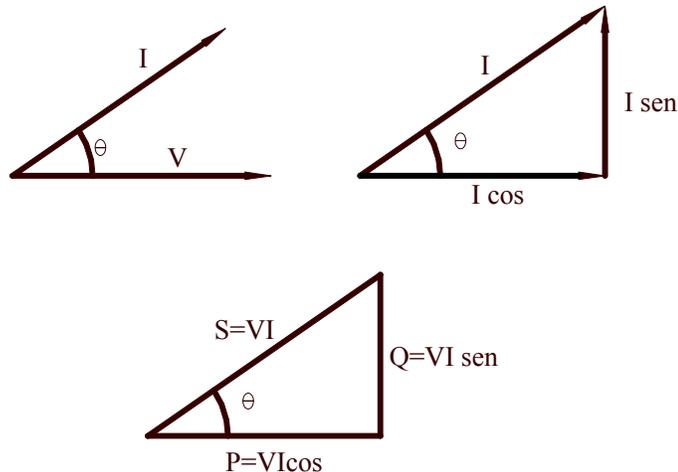


Figura PE5
 TRIANGULO DE POTENCIAS PARA UNA
 CARGA CAPACITIVA

7.3 FACTOR DE POTENCIA

En las explicaciones anteriores se ha mencionado un término que puede aún estar sin explicación satisfactoria; denominado factor de potencia. Como se ha visto, la potencia activa, es la que se emplea efectivamente por la carga para realizar un trabajo determinado, la potencia reactiva es la que se tiene por los efectos capacitados ó inductivos de la propia carga, y la potencia aparente es la resultante de las dos anteriores, de acuerdo al ángulo que se forma entre la potencia activa (**P**) y la reactiva (**Q**) (Ver triángulo de potencias).

De acuerdo al triángulo de potencias podemos observar que el incremento o decremento del ángulo dependerá de la cantidad en que la potencia reactiva crezca o disminuya. Si la potencia reactiva es de un valor pequeño la potencia aparente tenderá a hacerse igual a la potencia activa.

Observando la formula para calcular la potencia activa, vemos que es igual a la potencia aparente (**VI**) por el coseno del ángulo ($\text{Cos } \theta$), si el ángulo se hace pequeño, el $\text{Cos } \theta$ se irá aproximando a la unidad; al valor que tiene el $\text{Cos } \theta$ en un instante determinado se le llama factor de potencia; entre más cercano esté a la unidad es mejor, pues nos indica que la potencia reactiva es pequeña, o en otras palabras, las pérdidas producidas por los efectos inductivos o capacitivos en la carga son pequeñas, y la potencia que se está aprovechando en trabajo (activa) es cercana a la potencia que se tendría si en la carga no existieran pérdidas.

(Potencia Aparente = Potencia Activa como en un circuito resistivo puro).

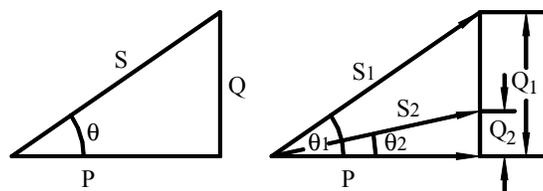


Figura PE6
 RELACION ENTRE LAS POTENCIAS REAL
 APARENTE, REACTIVA Y EL FACTOR DE POTENCIA
 $\text{COS } \theta$.



El factor de potencia no tiene unidades y sólo nos representa la razón que existe entre la potencia reactiva y la potencia aparente; es decir de la cantidad de pérdidas en potencia, por efectos inductivos o capacitivos que no se aprovechan en el sistema, y la potencia ideal que se debería de aprovechar. Las tres potencias tal vez se pueden comparar con un envase de refresco gasificado que se agita, en el cual se ocupa la mitad del envase por espuma y el resto por el refresco líquido; así la potencia aparente nos la representa el volumen total del envase, la potencia reactiva será la cantidad de refresco que se pierde en espuma y la potencia real ó activa será el refresco líquido que será posible beber. Ver la Figura PE 7.

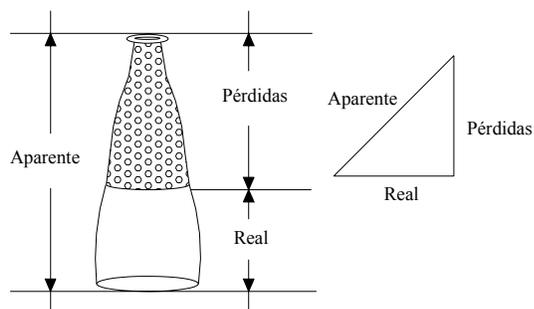


Figura PE7
COMPARACION DE LAS POTENCIAS CON UN
EJEMPLO ILUSTRATIVO

7.4 SISTEMAS TRIFÁSICOS

Las tensiones inducidas en las tres bobinas igualmente espaciadas de la Figura PE 8, presentan una diferencia de fase de 120° . La tensión en la bobina A alcanza su valor máximo primero, luego la tensión B y después la tensión en C; siendo esta la secuencia positiva ABC, con un sentido de giro contrario al de las manecillas del reloj. La rotación en sentido opuesto da lugar a la secuencia negativa CBA ó ACB.

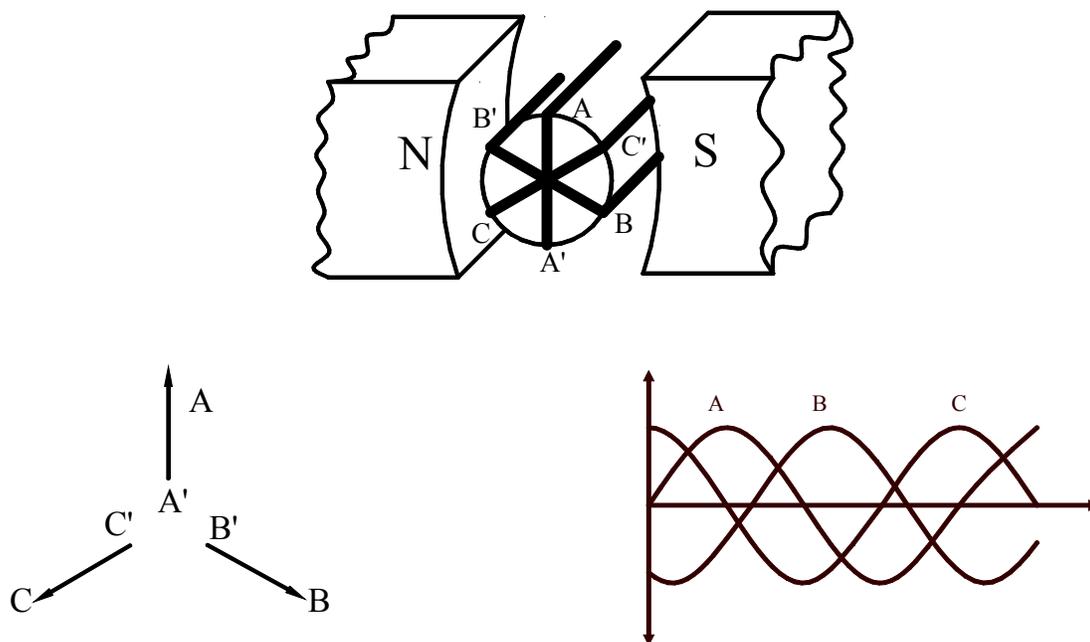


Figura PE 8
ESQUEMA DE UN SISTEMA TRIFÁSICO



La conexión de los extremos **A'**, **B'** y **C'** (Figura PE 9) da lugar a un alternador en estrella. Con la conexión de **A** y **B'**, **B** y **C'**, **C** y **A'**, resulta un alternador en triángulo ó delta.

En la conexión en estrella las corrientes de fase y de línea son iguales y la tensión compuesta entre líneas 3 veces la tensión simple de fase. En la conexión en delta la tensión entre líneas es igual a la de fases, pero la corriente de ésta es 1/3 veces la corriente de línea.

En una y otra conexión las líneas A, B y C proporcionan un sistema trifásico de tensiones. El punto neutro de la conexión estrella es el cuarto conductor del sistema trifásico de cuatro conductores.

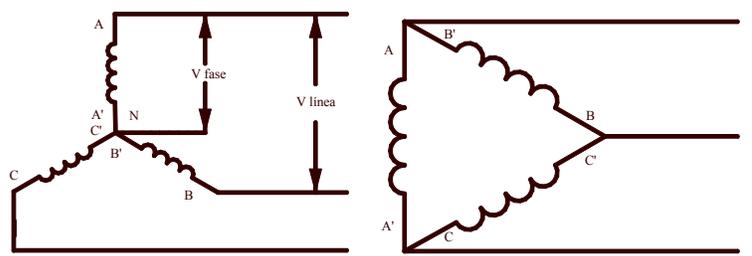


Figura PE9
ALTERNADOR EN ESTRELLA Y EN DELTA

7.5 TENSIONES EN EL SISTEMA TRIFÁSICO

La elección de una tensión como referencia con un ángulo de fase nulo determina los ángulos de fase de todas las demás tensiones del sistema. Como referencia se toma **V_{bc}**. Los triángulos de las Figuras siguientes representan todas las tensiones para las secuencias **ABC** y **CBA**.

En un sistema de cuatro hilos, el valor de la tensión de fase a neutro vale $\frac{1}{\sqrt{3}}$ veces la tensión entre líneas.

$$V_{AB} = V_L \angle 120^\circ$$

$$V_{BC} = V_L \angle 0^\circ$$

$$V_{CA} = V_L \angle 240^\circ$$

$$V_{AN} = \left(\frac{V_L}{\sqrt{3}}\right) \angle 90^\circ$$

$$V_{BN} = \left(\frac{V_L}{\sqrt{3}}\right) \angle -30^\circ$$

$$V_{CN} = \left(\frac{V_L}{\sqrt{3}}\right) \angle -150^\circ$$

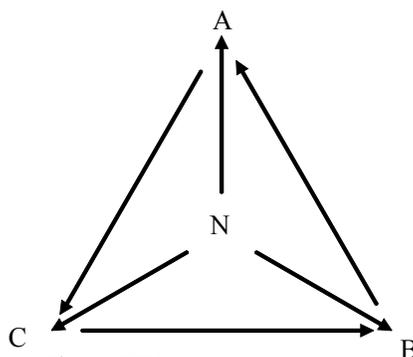


Figura PE10
TRIANGULO DE SECUENCIA
POSITIVA ABC



7.6 CARGAS EQUILIBRADAS EN UN SISTEMA TRIFÁSICO

Ejemplo:

Un sistema trifásico **ABC** de tres conductores 110 voltios alimenta a una conexión en delta de tres impedancias iguales de $5 \angle 45$ Ohms. Determinar las intensidades de corriente en las líneas **Ia**, **Ib** e **Ic** y dibujar el diagrama fasorial.

$$V_{AB} = V_L \angle 240^\circ$$

$$V_{BC} = V_L \angle 0^\circ$$

$$V_{CA} = V_L \angle 120^\circ$$

$$V_{AN} = \left(\frac{V_L}{\sqrt{3}} \right) \angle -90^\circ$$

$$V_{BN} = \left(\frac{V_L}{\sqrt{3}} \right) \angle 30^\circ$$

$$V_{CN} = \left(\frac{V_L}{\sqrt{3}} \right) \angle 150^\circ$$

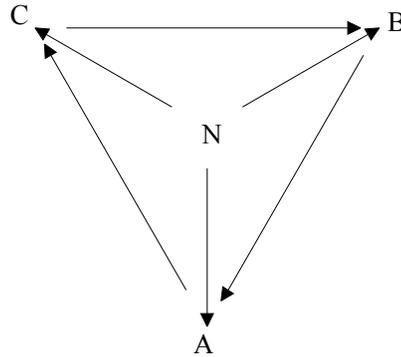


Figura PE11
TRIANGULO DE SECUENCIA
NEGATIVA ACB ó CBA

Trazamos el esquema del circuito con las tensiones en la forma anterior. Los sentidos positivos de las corrientes son los indicados en la Figura PE 12. Entonces,

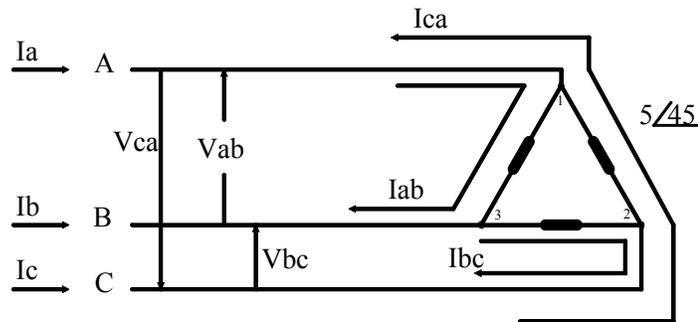


Figura PE12
SISTEMA TRIFASICO EQUILIBRADO
EN DELTA

Las tensiones son:



$$V_{ab} = 110 \angle 120^\circ$$

$$V_{bc} = 110 \angle 0^\circ$$

$$V_{ca} = 110 \angle 240^\circ$$

Las corrientes serán :

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z} = \frac{110 \angle 120^\circ}{5 \angle 45^\circ} = 22 \angle 75^\circ = 5.7 + j21.2 \text{ Amperes.}$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z} = \frac{110 \angle 0^\circ}{5 \angle 45^\circ} = 22 \angle -45^\circ = 15.55 - j15.55 \text{ Amperes.}$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z} = \frac{110 \angle 240^\circ}{5 \angle 45^\circ} = 22 \angle 195^\circ = -21.2 - j5.7 \text{ Amperes.}$$

Aplicando la primera ley de Kirchoff a cada vértice de la delta de cargas.

En el vértice 1:

$$I_a + I_{ca} - I_{ab} = 0 \Rightarrow I_a = I_{ab} - I_{ca}$$

$$I_a = 22 \angle 75^\circ - 22 \angle 195^\circ = 38.1 \angle 45^\circ \text{ Amperes.}$$

En el vértice 2:

$$I_c + I_{bc} - I_{ca} = 0 \Rightarrow I_c = I_{ca} - I_{bc}$$

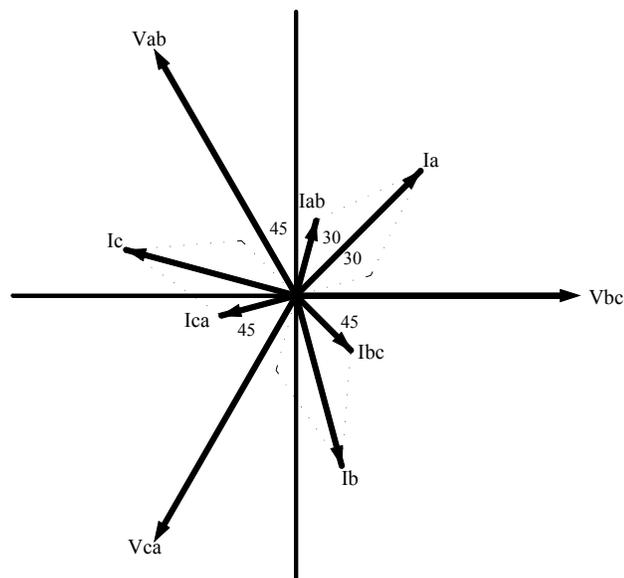
$$I_c = 22 \angle 195^\circ - 22 \angle -45^\circ = 38.1 \angle 165^\circ \text{ Amperes.}$$

En el vértice 3:

$$I_b - I_{bc} + I_{ab} = 0 \Rightarrow I_b = I_{bc} - I_{ab}$$

$$I_b = 22 \angle -45^\circ - 22 \angle 75^\circ = 38.1 \angle -75^\circ \text{ Amperes}$$

El diagrama fasorial siguiente muestra las corrientes equilibradas en las líneas de 38.1 A, con ángulos de fase de 120° entre ellas.



En una carga equilibrada conectada en delta la **tensión** compuesta entre **líneas** y la simple de **fase** son **iguales** y la **corriente** en la **línea** es $\sqrt{3}$ veces **mayor** que la corriente en la **fase**.

$$V_{\text{línea}} = V_{\text{fase}}$$

$$I_{\text{línea}} = \sqrt{3} I_{\text{fase}}$$

Ejemplo:

Un sistema trifásico **CBA** de 4 conductores y 208 volts alimenta a una carga equilibrada conectada en estrella con impedancias de $20 \angle -30^\circ$ Ohms. Hallar las corrientes en las líneas y dibujar el diagrama fasorial. (Figura PE 13).

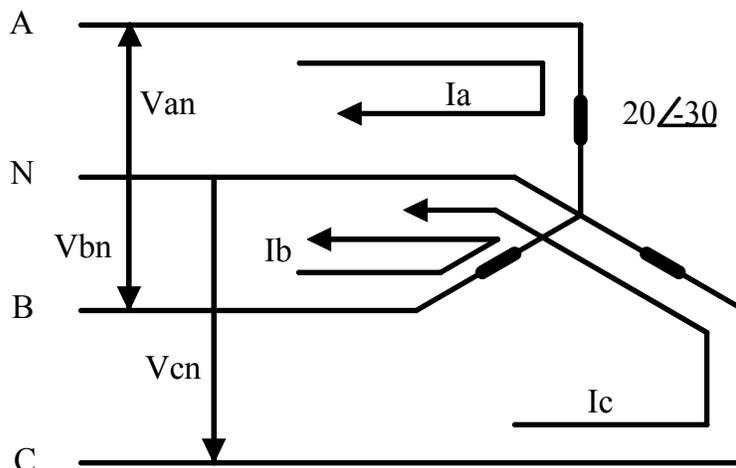


Figura PE13
SISTEMA TRIFASICO EQUILIBRADO
EN ESTRELLA

Se traza el esquema del circuito y se escriben en él las tensiones entre línea y neutro. Se eligen las corrientes tal y como se ha señalado en los diagramas, con retorno a todas ellas por el conductor neutro. En éstas condiciones los valores de las tensiones son:

$$V_{an} = 120 \angle -90^\circ$$

$$V_{bn} = 120 \angle 30^\circ$$

$$V_{cn} = 120 \angle 150^\circ$$

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{120 \angle -90^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 6.0 \angle -60^\circ$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z} = \frac{120 \angle 30^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 6.0 \angle 60^\circ$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z} = \frac{120 \angle 150^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 6.0 \angle 180^\circ$$

Suponiendo positivo el sentido de la corriente en el neutro hacia la carga, se tiene:

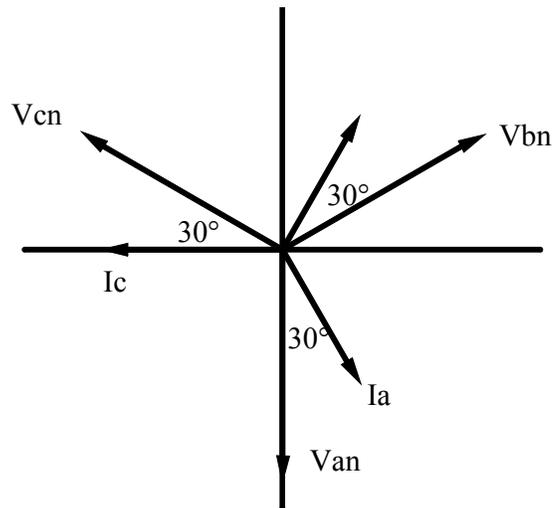
$$I_n = -(I_a + I_b + I_c)$$

$$= -(6.0 \angle -60^\circ + 6.0 \angle 60^\circ + 6.0 \angle 180^\circ)$$

$$I_n = 0$$



El diagrama fasorial de este circuito representa las corrientes equilibradas de línea, estando cada una de ellas adelantada respecto a la tensión simple correspondiente en el ángulo de la impedancia respectiva.



En una carga equilibrada conectada en **estrella** las **corrientes de línea** y de **fase** son **iguales**. La corriente en el neutro, es cero y la **tensión entre líneas** es $\sqrt{3}$ veces **mayor** que la tensión de **fase**, es decir:

$$V_{\text{línea}} = \sqrt{3} V_{\text{fase}}$$

$$I_{\text{línea}} = I_{\text{fase}}$$

7.7 POTENCIA EN CARGAS TRIFASICAS EQUILIBRADAS

Como por las impedancias de las fases en cargas equilibradas, delta ó estrella, circulan corrientes iguales, la potencia por fase es un tercio de la potencia total. La tensión entre los extremos de la impedancia Z_{Δ} , en la Figura PE 14, es la tensión compuesta entre líneas y la corriente es la corriente de fase. El ángulo entre la tensión y la intensidad es el de la impedancia.

Entonces la potencia por fase es:

$$P_{\text{fase}} = V_{\text{línea}} I_{\text{fase}} \cos \theta$$

Y la potencia total:

$$P_{\text{tot}} = 3 V_{\text{línea}} I_{\text{fase}} \cos \theta$$

Puesto que en las cargas equilibradas en Delta Δ ,

$$I_{\text{línea}} = \sqrt{3} I_{\text{fase}}$$

$$P_{\text{tot}} = 3 V_{\text{línea}} I_{\text{fase}} \cos \theta$$

$$I_{\phi} = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

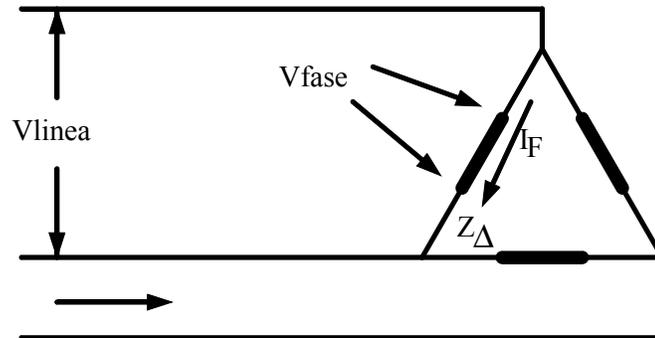
$$P_{\text{tot}} = 3 V_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cos \theta \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$



$$= \frac{3\sqrt{3}V_L I_L \cos \theta}{(\sqrt{3})(\sqrt{3})}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}V_L I_L \cos \theta}{3}$$

$$P_{\text{tot}} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \quad (7.7.1)$$



P_fase = 1/3 P_tot
si las Z son iguales

Figura PE14
POTENCIA POR FASE EN UN CIRCUITO
EN DELTA EQUILIBRADO

Por las impedancias conectadas en la estrella de la Figura PE 15, circulan las corrientes de línea y la tensión en las Z, es la tensión simple de fase. El ángulo entre ellas es el de la impedancia. Entonces, la potencia por fase es:

$$P_{\text{fase}} = V_{\text{fase}} I_{\text{linea}} \cos \theta$$

Y la potencia total es:

$$P_{\text{tot}} = \sqrt{3} V_{\text{fase}} I_{\text{linea}} \cos \theta$$

Puesto que :

$$V_{\text{linea}} = \sqrt{3} V_{\text{fase}}$$

$$P_{\text{tot}} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \quad (7.7.2)$$

Las ecuaciones son idénticas, por tanto, la potencia total en cualquier carga trifásica equilibrada viene dada por $\sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$ siendo θ el ángulo de la impedancia de carga o el ángulo en una impedancia equivalente en el caso de que varias cargas equilibradas sean alimentadas por el mismo sistema.

La potencia aparente total S_{tot} y la potencia reactiva total Q_{tot} están relacionadas con P_{tot} , como se vio anteriormente. Por consiguiente, una carga trifásica equilibrada tiene una potencia activa, aparente y reactiva, que vienen dadas por:

$$P_{\text{tot}} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$$

$$S_{\text{tot}} = \sqrt{3} V_L I_L$$



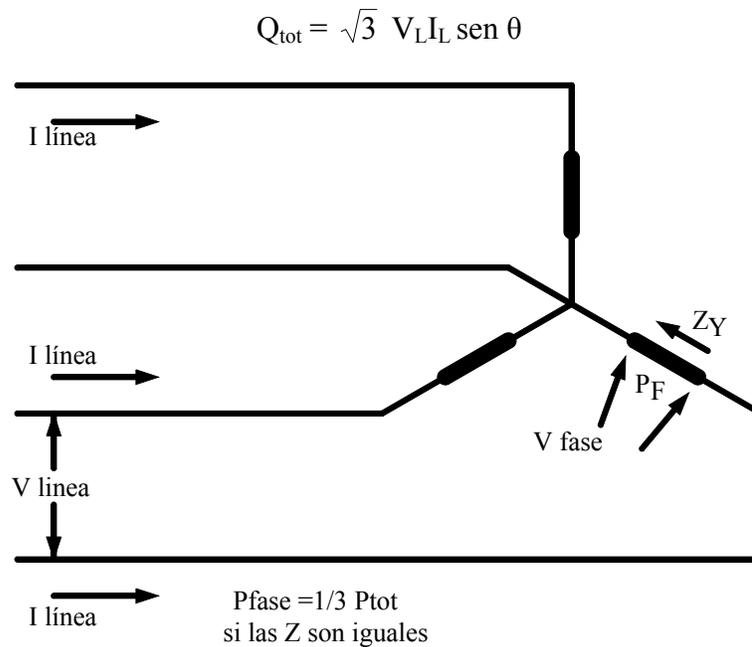


Figura PE15
POTENCIA POR FASE EN UN CIRCUITO
EN ESTRELLA EQUILIBRADO

7.8 WATMETROS Y CARGAS EN ESTRELLA CON CUATRO CONDUCTORES

Un wátmetro es un aparato de medida con una bobina de tensión y otra de intensidad, dispuestas en forma que la desviación es proporcional a $VI \cos \theta$, en donde θ es el ángulo entre la tensión y la intensidad. Una carga conectada en estrella, con cuatro conductores, necesita tres wátmetros dispuestos en cada línea como se muestra en la Figura PE 16.

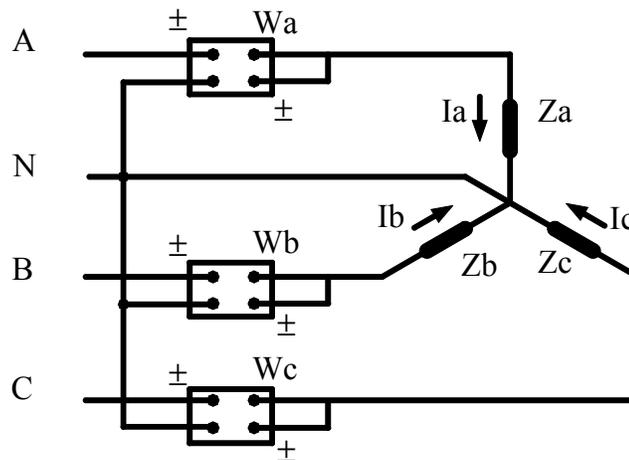


Figura PE 16
CONEXIÓN DE TRES WÁTMETROS A UNA
CARGA EN ESTRELLA.



El diagrama fasorial de la Figura PE 16 (b) supone que la corriente esta retrasada en la fase A y adelantada en las fases B y C, con defases θ_A , θ_B y θ_C respectivamente. Las lecturas del wátmetro son, entonces:

$$W_A = V_{AN} I_A \cos \theta_A$$

$$W_B = V_{BN} I_B \cos \theta_B$$

$$W_C = V_{CN} I_C \cos \theta_C$$

En donde θ_A representa el ángulo entre V_{AN} e I_A . El wátmetro W_A lee la potencia en la fase A y los W_B y W_C , en las fases B y C. La potencia total es:

$$P_T = W_A + W_B + W_C$$

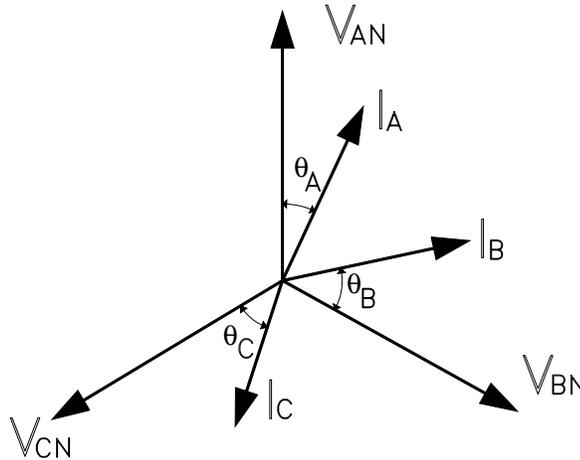


Figura PE 16 (b)

7.9 METODO DE LOS DOS WATMETROS PARA CARGAS CONECTADAS EN DELTA

La potencia total de una carga trifásica con tres conductores viene dada por la suma de las lecturas de dos wátmetros conectados en dos líneas cualesquiera con sus bobinas de tensión conectadas a la tercera línea, como se muestra en la Figura PE 17.

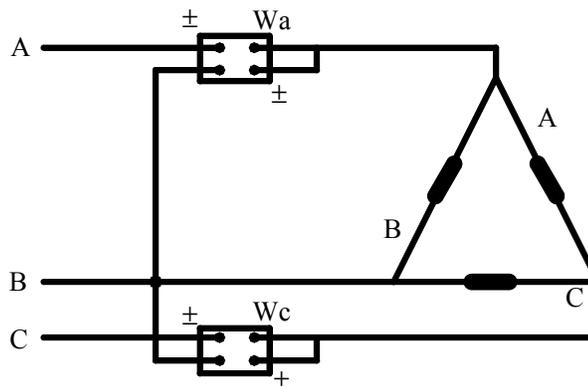


Figura PE 17
CONEXIÓN DE DOS WÁTMETROS A
UNA CARGA EN DELTA.



$$W_A = V_{AN} I_A \cos \theta_{A-AB} \quad \text{y} \quad W_C = V_{CN} I_C \cos \theta_{C-CB} \quad (7.9.1)$$

Aplicando las leyes de Kirchoff a los nodos A y C de la carga en delta se obtiene:

$$I_A = I_{AB} + I_{AC} \quad \text{e} \quad I_C = I_{CA} + I_{CB} \quad (7.9.2)$$

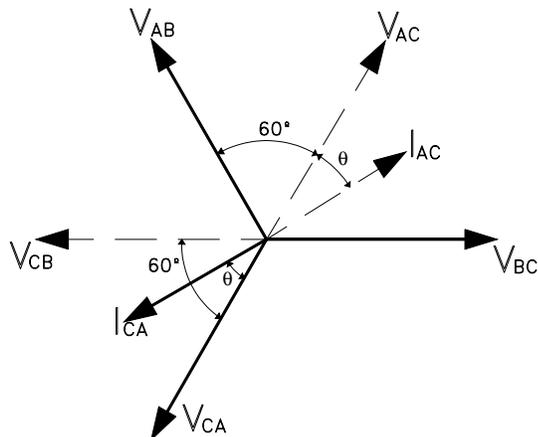


Figura PE 17 (b)

Sustituyendo las expresiones (7.9.2) de I_A e I_C en las ecuaciones (7.9.1) se obtiene:

$$W = V_{AB} I_{AB} \cos \theta_{AB-AB} + V_{AB} I_{AC} \cos \theta_{AC-AB} \quad (7.9.3)$$

$$W_C = V_{CB} I_{CA} \cos \theta_{CA-CB} + V_{CB} I_{CB} \cos \theta_{CB-CB}$$

Los términos $V_{AB} I_{AB} \cos \theta_{AB-AB}$ y $V_{CB} I_{CB} \cos \theta_{CB-CB}$ se reconocen inmediatamente, ya que son las potencias en las fases AB y CB de la carga. Los otros dos términos contienen $V_{AB} I_{AC}$ y $V_{CB} I_{CA}$ que pueden escribirse ahora como $V_L I_{AC}$, ya que tanto V_{AB} como V_{CB} son tensiones compuestas entre líneas, e $I_{AC} = I_{CA}$. Para identificar estos dos términos se construye el diagrama fasorial de la Figura PE 17(b), en que se ha supuesto que la corriente I_{AC} retrasa respecto de V_{AC} un ángulo θ .

Del diagrama se deduce:

$$\theta_{AC-AB} = 60^\circ + \theta \quad \text{y} \quad \theta_{CA-CB} = 60^\circ - \theta \quad (7.9.4)$$

Sumando los dos términos restantes de (7.9.3) y sustituyendo $(60^\circ + \theta)$ y $(60^\circ - \theta)$ en lugar de θ_{AC-AB} y θ_{CA-CB} respectivamente.

$$V_L I_{AC} \cos (60^\circ + \theta) + V_L I_{AC} \cos (60^\circ - \theta) \quad (7.9.5)$$

Como $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$, se puede escribir

$$V_L I_{AC} (\cos 60^\circ \cos \theta - \sin 60^\circ \sin \theta + \cos 60^\circ \cos \theta + \sin 60^\circ \sin \theta) \quad (7.9.6)$$

o bien

$$V_L I_{AC} \cos \theta \quad (7.9.7)$$

que es la potencia en la fase restante, esto es, en AC. Por tanto, hemos demostrado que dos wátmetros dan la potencia total en una carga conectada en delta.



7.10 METODO DE LOS DOS WATMETROS PARA CARGAS CONECTADAS EN ESTRELLA

Para ver la aplicación del método de los vatímetros a cargas equilibradas consideremos la conexión en estrella de tres impedancias iguales representada en la Figura PE 18. En la Figura PE 18(b) se ha dibujado el diagrama fasorial para la secuencia ABC en la hipótesis de corriente en retraso θ .

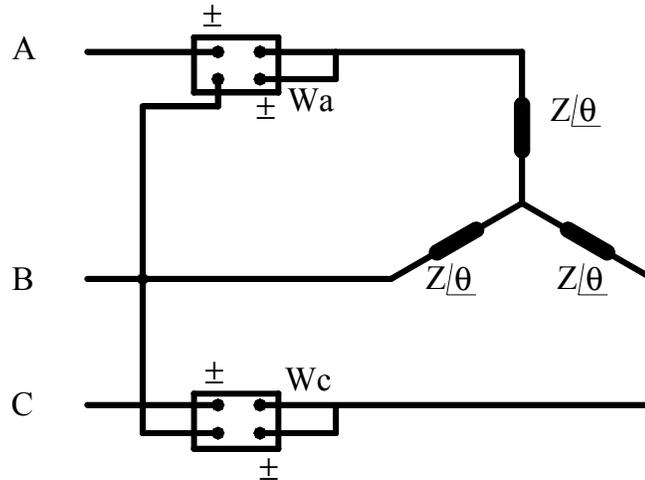


Figura PE18
CONEXION DE TRES VATIMETROS A UNA
CARGA EN ESTRELLA.

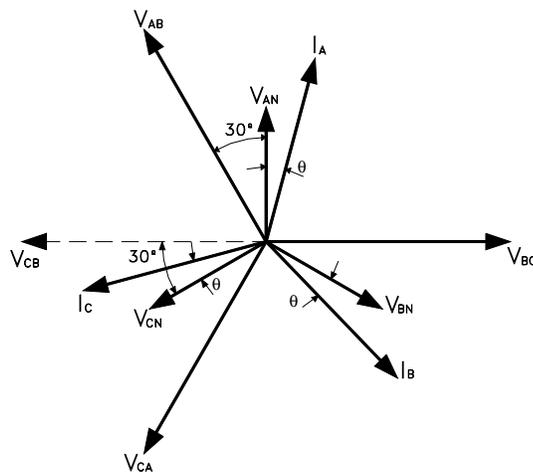


Figura PE 18(b)

Con los wátmetros en las líneas A y C sus lecturas son:

$$W_A = V_{AB} I_A \cos \theta_{A-AB} \quad \text{y} \quad W_C = V_{CB} I_C \cos \theta_{C-CB} \quad (7.10.1)$$



Del diagrama fasorial,

$$\theta_{A-AB} = 30^\circ + \theta \quad \text{y} \quad \theta_{C-CB} = 30^\circ - \theta \quad (7.10.2)$$

Sustituyendo (7.10.1),

$$W_A = V_{AB} I_A \cos(30^\circ + \theta) \quad \text{y} \quad W_C = V_{CB} I_C \cos(30^\circ - \theta) \quad (7.10.3)$$

Si el método de los dos wátmetros se utiliza con cargas equilibradas, las lecturas son $V_L I_L \cos(30^\circ + \theta)$ y $V_L I_L \cos(30^\circ - \theta)$ en donde θ es el ángulo de la impedancia. Ambas lecturas se pueden emplear para hallar el ángulo θ .

Escribiendo la expresión de W_1 y teniendo en cuenta la fórmula del coseno de la suma de dos ángulos, se tiene;

$$W_1 = V_L I_L (\cos 30^\circ \cos \theta - \sin 30^\circ \sin \theta) \quad (7.10.4)$$

Análogamente,
$$W_2 = V_L I_L (\cos 30^\circ \cos \theta + \sin 30^\circ \sin \theta) \quad (7.10.5)$$

Por tanto, la suma vale $W_1 + W_2 = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$ y la diferencia $W_2 - W_1 = V_L I_L \sin \theta$.

De donde:

$$\text{tg } \theta = \sqrt{3} \left(\frac{W_2 - W_1}{W_1 + W_2} \right) \quad (7.10.6)$$

En consecuencia, la tangente del ángulo en Z es $\sqrt{3}$ veces la relación entre la diferencia y la suma de las lecturas. Sin conocer las líneas en las que están colocados los medidores ni la secuencia del sistema no es posible distinguir entre $+\theta$ y $-\theta$. Por el contrario, si se conocen ambas cosas, puede determinarse el signo por las expresiones siguientes. Para la secuencia ABC:

$$\text{tg } \theta = \sqrt{3} \frac{W_A - W_B}{W_A + W_B} = \sqrt{3} \frac{W_B - W_C}{W_B + W_C} = \sqrt{3} \frac{W_C - W_A}{W_C + W_A} \quad (7.10.7)$$

y para CBA:

$$\text{tg } \theta = \sqrt{3} \frac{W_B - W_A}{W_B + W_A} = \sqrt{3} \frac{W_C - W_B}{W_C + W_B} = \sqrt{3} \frac{W_A - W_C}{W_A + W_C} \quad (7.10.8)$$



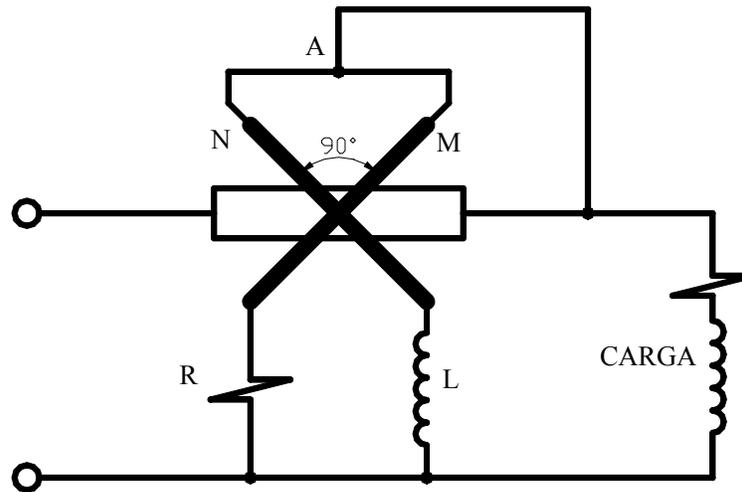
TEORIA Y USO DEL FASOMETRO Y SECUENCIMETRO

8.1 FASOMETRO

Es un instrumento de medición que resulta de gran utilidad para el técnico al momento de realizar las operaciones de mantenimiento y reparación de fallas con equipos que trabajan en sistemas polifásicos.

En ciertas ocasiones se necesita conocer sólo el factor de potencia y no se desea conocer las demás características de la potencia de la carga. Generalmente se hace lo anterior midiendo la diferencia de fases entre **V** e **I**. Los medidores de factor de potencia se diseñan para que midan el ángulo de fase y después desplieguen el resultado en términos del **FP**.

Un tipo muy común de fasómetro es el medidor de bobinas cruzadas, como se muestra en la figura. Basados en el principio del fasómetro de Tuma, **F** es una bobina fija donde circula la corriente del



PRINCIPIO DEL FASOMETRO DE TUMA

circuito, **M** y **N** son dos bobinas planas, devanadas con alambre fino, y sujetas una a otra rígidamente y montadas sobre un árbol que puede girar libremente. El ángulo que forman las bobinas es próximo a 90° y sus arrollamientos se empalman en el punto **A** que se conecta al mismo lado del circuito que **F**. Entre **M** y el otro lado de la línea se conecta una resistencia (**R**), y de igual forma para **N** se conecta una inductancia elevada (**L**).

Supongamos que las corrientes en **M** y **N** están defasadas 90° y también que el **FP** es la unidad. En estas condiciones, la corriente en **N** estará en retraso de fase de 90° con relación a la tensión de la línea y con el flujo de **F**, y no se genera ningún par. La corriente en la bobina **M** está en fase con la tensión de la línea y con el flujo de **F**. Por lo tanto para **FP=1**, todo el elemento móvil se coloca de forma que **M** está en el plano de **F**.



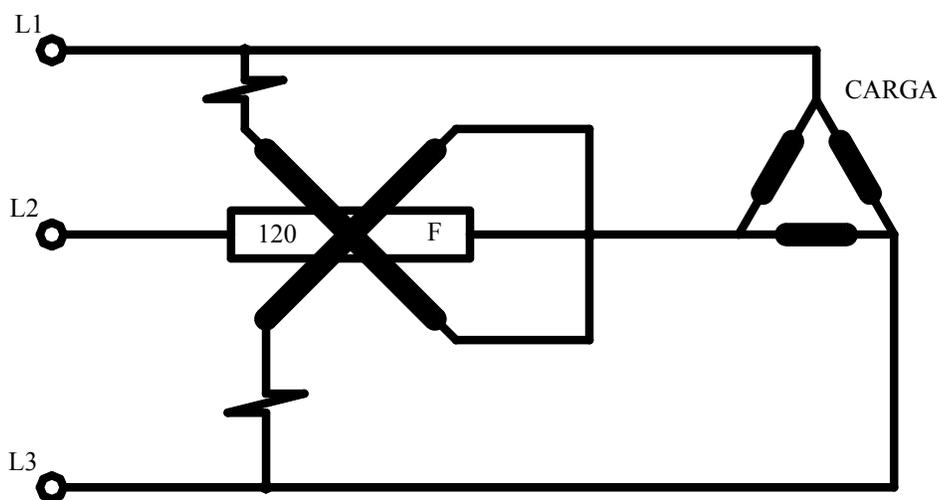
Si el **FP** de la carga es nulo, la corriente y el voltaje están defasados en 90° . En consecuencia, la intensidad en **M** y el flujo en **F** están defasados en 90° y **M** no genera ningún momento de rotación. La corriente en **N** en cambio está en fase con el flujo de **F**, y por lo tanto, **N** se coloca en el plano de **F**. Es decir todo el elemento móvil se coloca a 90° de donde se colocó cuando el factor de potencia **FP** valía la unidad.

La dirección de rotación depende de que la corriente tenga retraso o adelanto de fase respecto a la tensión.

Si la escala está dividida en grados, se puede hacer que la aguja indique este último ángulo. Para tener la lectura en relación al **FP**, basta que las divisiones sean proporcionales al coseno del ángulo.

Si el ángulo que forman las bobinas **M** y **N** se hace de 120° , como en la siguiente figura, el aparato puede servir para medir el **FP** de un sistema trifásico, si está equilibrado.

Se conectan resistencias **R** en serie con cada una de las bobinas móviles. La bobina fija se empalma a uno de los hilos activos del sistema trifásico y la terminal común de las bobinas móviles se conecta al mismo hilo.



INDICADOR TRIFASICO DE FACTOR DE POTENCIA

Las otras terminales de las bobinas móviles se conectan a los otros conductores restantes de la línea trifásica. Si el sistema no está equilibrado, la lectura tiene poco o ningún valor.

Es de mencionar que los fasómetros son exactos únicamente a bajas frecuencias (menor a 200 Hz). Por ello son muy convenientes para usarlos a las frecuencias de las líneas de potencia (60 Hz).

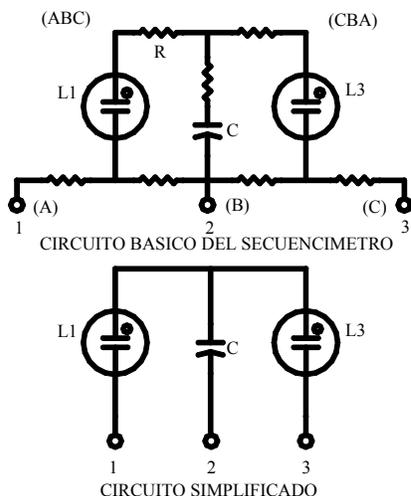
8.2 SECUENCIMETRO

Otro aparato que también es de gran utilidad para el técnico es el secuencímetro, que ayuda a precisar la secuencia de fases dentro de un sistema polifásico, lo que es muy importante al momento de alimentar los equipos de protección que requieren determinada secuencia de fases para su correcta operación; o para realizar la conexión en paralelo de generadores polifásicos.

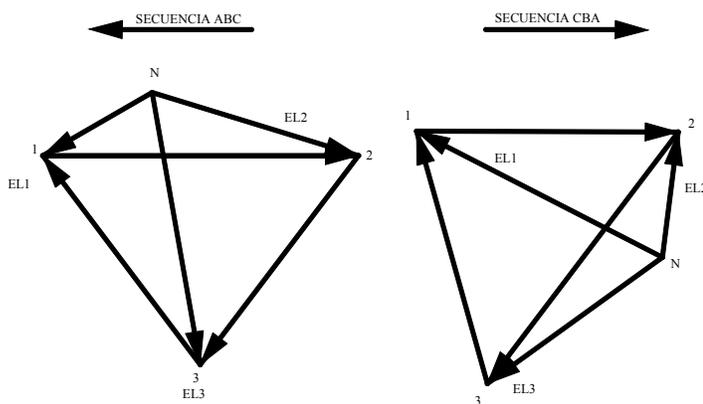
Aunque existen métodos de lámparas para determinar la secuencia de fases de un generador, se puede utilizar un motor de inducción que se conecte a las líneas y observar el sentido de giro del motor y luego conectarlo a las líneas del otro generador a acoplar, pero esto no es muy factible de realizar cuando se requiere saber sólo la secuencia en el trabajo de campo.



El secuencimetro se conecta a las líneas del sistema polifásico del cual se requiere conocer la secuencia, y por medio de indicadores visuales, generalmente lámpara de neón, nos indican si en el sistema existe secuencia positiva (ABC) ó negativa (ACB ó CBA). El circuito básico de secuencimetro se puede ver en la figura siguiente, y así mismo el diagrama simplificado.



Consta de dos lámparas de neón y de un condensador conectados en estrella, como carga trifásica desequilibrada. Las resistencias en el circuito se determinan de manera que produzcan una tensión superior e inferior al potencial de encendido de las lámparas de neón de tal forma que cuando se tenga una rotación de fases ABC, la carga desequilibrada produce una mayor caída de tensión entre el neutro N y la lámpara L1, (ENL1). Debido al desequilibrio, las tensiones de fase al neutro son de igual valor que las tensiones de línea (E1-2, E2.3, etc.). Una secuencia de fases inversa, CBA ó ACB, hará encender la lámpara L3, de la forma anterior, y apagará la lámpara L1.



Se recomienda que al usar instrumentos de movimiento electrodinámico o digitales para la medición de cantidades de potencia, se usen transformadores de corriente cuando la corriente sea mayor a 5 A, antes de aplicarla a cualquier instrumento, y no exceder las especificaciones de voltaje y corriente del medidor, además de todas las medidas de seguridad necesarias cuando se trabaje con equipos energizados, para seguridad del equipo y principalmente del personal.



FUNDAMENTOS DE
ELECTRONICA

9.1 CONDUCCION INTRINSECA

Un material semiconductor puro se dice que es intrínseco. En dicha materia, hay pocos electrones disponibles para la conducción cuando la temperatura es baja, pues son pocos los que tienen la energía suficiente para saltar a la banda de conducción. Por lo tanto, el material aparecerá como un aislador con todos los electrones de valencia estrechamente ligados en enlaces covalentes. Sin embargo, si la temperatura del cristal de germanio se eleva lo suficiente, hallaremos que la resistencia óhmica del material disminuye. El aumento de temperatura comunica a los electrones de valencia una energía cinética suficiente para que algunos de ellos salten a la banda de conducción, en la que tienen libertad para actuar como portadores de corriente cuando están bajo la influencia de un campo eléctrico. El hueco de la banda de valencia es otro tipo de portador de corriente y también determina la conductividad del germanio intrínseco.

Consideremos la Figura FE1, que muestra un electrón e que salta el intervalo de energía y es arrastrado después a través de la banda de conducción cuando se aplica un campo eléctrico. Este campo puede ser establecido conectando las terminales de una batería a cada uno de los extremos del cristal. Ahora bien, el electrón, considerado por sí mismo, constituye un portador de corriente.

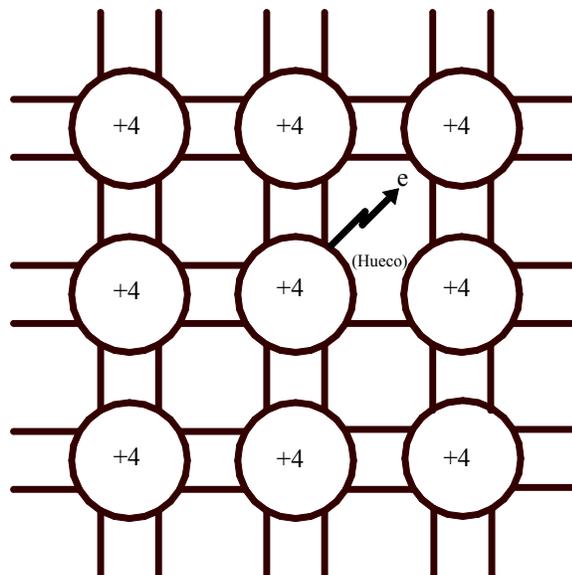


Figura FE1



Téngase en cuenta que al saltar el intervalo se rompió un enlace covalente y que en la región de donde vino este electrón quedó una vacante o hueco. Si consideramos que el electrón eliminado estaba equilibrado por una carga igual y opuesta debido a los núcleos inmediatos, debemos esperar que este hueco tenga una carga igual y opuesta a la del electrón. Este hueco atraerá a un electrón de un enlace covalente inmediato, el cual dejará también un hueco en su posición anterior. Entonces, un tercer electrón llenará el hueco dejado por el segundo electrón, y así sucesivamente. Obsérvese que los electrones se desplazan en la banda de conducción y los huecos se desplazan en la banda de valencia. Si se aplica un campo eléctrico, los huecos son arrastrados hacia el terminal negativo, mientras que los electrones son arrastrados hacia el terminal positivo. El hueco es también un portador de corriente, y al llegar al extremo negativo del cristal, es neutralizado por un electrón. En el germanio, se ha encontrado que los huecos son arrastrados con una velocidad aproximadamente la mitad de la de los electrones para una intensidad determinada del campo eléctrico. Así pues, vemos que la ruptura de un enlace covalente produce no uno, sino dos portadores de corriente.

Los huecos no circulan por el circuito exterior, sino sólo el interior del semiconductor. Este tipo de conducción, que implica la generación de pares hueco-electrón, se llama *conducción intrínseca*. Posteriormente, veremos que la presencia de pares hueco-electrón es a menudo indeseable, y que queremos únicamente o huecos o electrones.

La conductividad del germanio aumentará si aumenta el número de portadores de corriente. Por el contrario, disminuirá si disminuye el número de portadores de corriente. Podríamos controlar la conductividad rompiendo enlaces covalentes, pero esto es indeseable por dos razones. Primera, nuestra fuente de control debe suministrar una gran cantidad de energía para romper un enlace covalente. Segunda, los portadores de corriente de ambos tipos (huecos y electrones) se producen en cantidades iguales. En consecuencia, se han buscado otros medios para controlar la conductividad de los semiconductores; se han encontrado que la adición de ciertas impurezas reduce estas características indeseables.

9.2 SEMICONDUCTORES DOPADOS

Consideremos la adición de una diminuta cantidad de arsénico a una masa de germanio fundido. Cuando él líquido solidifica en un cristal, los átomos de arsénico se distribuirán de un modo uniforme por toda la estructura cristalina. Como hay muchísimos más átomos de germanio que de arsénico, cada átomo de arsénico estará virtualmente rodeado por cuatro átomos de germanio. Lo mismo que en el cristal puro, cada átomo de arsénico estaba rodeado por cuatro átomos de germanio (véase la Figura FE1). El arsénico tiene cinco electrones de valencia en vez de los cuatro del germanio. En el cristal, 4 de los electrones de valencia del arsénico formarán enlaces covalentes con 4 electrones de valencia del germanio, quedando el quinto electrón débilmente ligado y sin ningún lugar particular a donde ir. Si este electrón se aleja del átomo de arsénico, quedará en la estructura del cristal y estrechamente ligado en ella un ión de arsénico cargado positivamente. Solamente se necesita una cantidad pequeña de energía para desplazar el electrón citado hasta la banda de conducción. Obsérvese que al transferir este electrón a la banda de conducción, no deja detrás hueco alguno. Recuérdese que un hueco representa la vacante de un electrón en un enlace covalente. Por lo tanto, al añadir una impureza pentavalente (con 5 electrones de valencia), hemos salvado las dos objeciones asociadas con la variación de la conductividad por el control de la producción de pares electrón-hueco. También podría haberse empleado otras impurezas pentavalentes, como fósforo o antimonio, para conseguir un tipo de germanio que sea rico en electrones débilmente ligados. Este germanio rico en electrones se llama tipo **N**, y las impurezas pentavalentes se llaman *átomos donadores*.



La presencia de átomos donadores en la red cristalina tiene el efecto de crear una estrecha banda de energía permitida que está situada justamente debajo de la banda de conducción. Este caso se ilustra en la Figura FE1. El nivel de donadores está ocupado por el quinto electrón, débilmente ligado, del átomo donador. En realidad, a la temperatura ordinaria, la mayoría de los electrones donadores están excitados a la banda de conducción.

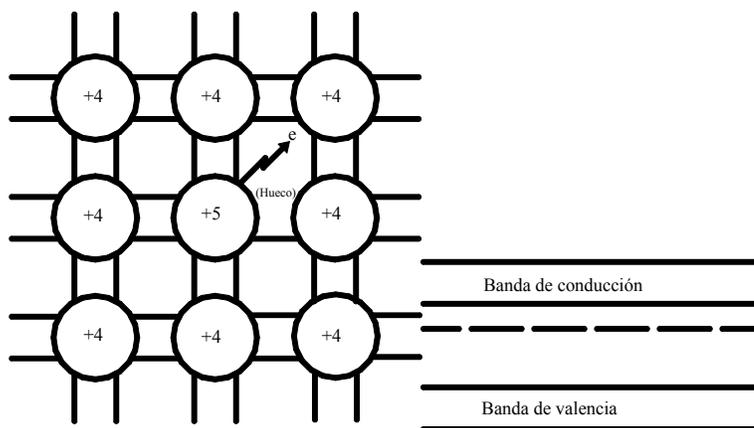


Figura FE2

También es posible producir germanio tipo **P**, que es rico en huecos, añadiendo diminutas cantidades de una impureza trivalente (con tres electrones de valencia) a la masa fundida. Las impurezas trivalentes típicas (*átomos aceptores*) son:

indio, aluminio y galio. Obsérvese que ahora tenemos un enlace covalente incompleto al que le falta un electrón. Esto está de acuerdo con nuestra definición anterior de hueco. En este caso, el hueco es el único portador de corriente, pues no existen electrones débilmente ligados. Aquí tenemos abundancia de cargas positivas libres, por lo tanto, se llama al material germanio tipo **P**. En este caso, los átomos de la impureza se convierten en iones negativos ligados tan pronto como los electrones de los enlaces covalentes adyacentes se desplazan a los huecos. Entonces quedan neutralizado el hueco original, pero aparece otro hueco en la región de donde vino el electrón que lo neutraliza.

La presencia de átomos aceptores en la red cristalina tiene efecto de crear un estrecho nivel de aceptores justamente por encima de la banda de valencia, como se muestra en la Figura. No se necesita más que una pequeña cantidad de energía para elevar un electrón de la banda de valencia al nivel de aceptores. Esto deja un hueco en la banda de valencia que puede ser considerado como un portador de carga positiva.

Si a la banda fundida se añadiesen cantidades pequeñas, pero iguales, de impurezas tipos **P** y **N**, obtendríamos un cristal que se comportaría de un modo muy semejante al germanio puro. La razón de ello es que los electrones de la impureza tipo **N** llenan los huecos de la impureza tipo **P**. Debe tenerse en cuenta que ningún ejemplar práctico es de tipo **N** y **P** únicamente, sino que la adición controlada de impurezas (*conocida por dopado*) hace que predomine el uno ó el otro.



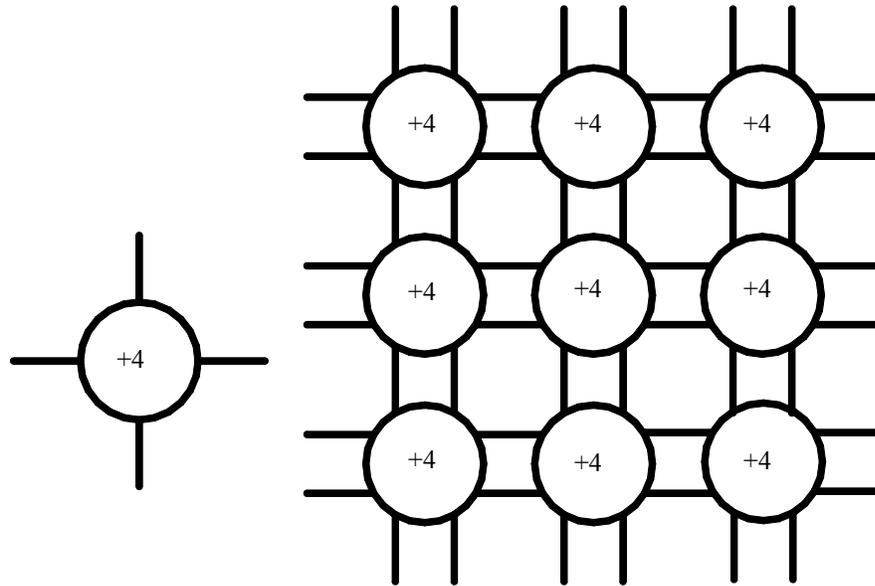


Figura FE3

El silicio (Si) tiene 4 electrones de valencia y forma enlaces covalentes similares a los del germanio (Ge). El dopado produce efectos similares. La diferencia principal entre el Ge y el Si es la anchura del intervalo de energía entre las bandas de valencias y de conducción: el intervalo en el Si es mayor, por lo que se requiere más energía para romper un enlace covalente y transferir un electrón de la banda de valencia a la de conducción. Esto significa que para una temperatura dada, el Si puro tiene menos portadores de corriente disponibles que el Ge puro. Aunque la resistividad del Si es mayor y puede resultar una desventaja en algunos casos, el efecto total de la temperatura sobre los transistores de Si será menor que sobre los de Ge.



EL DIODO Y SUS
APLICACIONES

Las diversas técnicas de fabricación de diodos y transistores tienen al menos un objeto en común, que es producir un cristal en el que estén presentes una o más uniones **PN**. Las propiedades características de la unión **PN** hacen posible las acciones de rectificación y de transistor.

La unión **PN** puede ser considerada como la frontera entre una capa de material tipo **P** y otra de material tipo **N** que se han llevado a un contacto íntimo, como se muestra en la Figura DI(a).

Para adquirir una idea de los procesos físicos que determinan el comportamiento de diodos y transistores, debemos enfocar primero nuestra atención sobre las propiedades de la unión **PN**. Imaginemos un estado de material tipo **P** puro en que el tiempo cero se junta con un estrato de material tipo **N** según se muestra en la Figura DI(b). Los círculos con signo menos en la región **P** representan los iones negativos ligados de la impureza. Estos iones han adquirido carga negativa porque han capturado electrones a fin de llenar los huecos que previamente existían en la impureza. Los signos mas representan los huecos libres desplazándose a través de la región **P**. Análogamente, los círculos con signo mas en la región **N** representan los iones positivos ligados de la impureza que han perdido sus electrones débilmente ligados. Tanto la región **P** como la **N** son eléctricamente neutras, pues hay exactamente tantos huecos libres como iones negativos en la región **P** y tantos electrones libres como iones positivos en la región **N**.

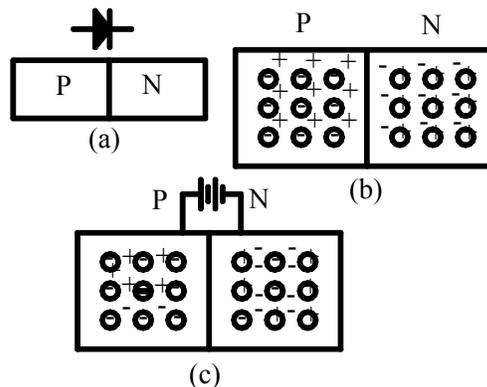


Figura DI1
EL DIODO

Supóngase que se acaba de formar la unión **PN**, que la temperatura es constante y que no se aplica tensión alguna a través del cristal. El lado **P** está cargado con huecos libres e iones negativos ligados, mientras que en el lado **N** abundan los electrones libres y los iones positivos inmóviles. Como la concentración de huecos en el lado **P** es muchísimo mayor que en el lado **N**, los huecos se difundirán hacia la región **N**. El mecanismo de difusión es similar al de la distribución uniforme de las moléculas de tinta en un vaso de agua después de haber introducido en él una gota de tinta. Las moléculas de tinta tienden a distribuirse de un modo uniforme. En lenguaje técnico, decimos que existe un



gradiente de la concentración de huecos desde la región **P** hasta la región **N** análogamente, existe un gradiente de la concentración de electrones desde la región **N** hasta la región **P**, con resultado de que los electrones se difunden a través de la unión.

A primera vista, pudiera parecer que los huecos y los electrones deberían continuar difundiéndose a través de la unión y recombinándose unos con otros hasta que no quede más que una clase de portadores de carga. Sin embargo, no es este el caso. Por cada hueco que atraviesa la unión desde el lado **P** al **N**, queda un ión negativo inmóvil sin neutralizar en el lado **P**. Análogamente, cada electrón que cruza de la región **N** a la **P** deja un ión positivo sin neutralizar. Estos iones inmóviles no neutralizados en cada lado de la unión se llaman cargas descubiertas, y el campo eléctrico entre ellas puede representarse adecuadamente por una batería colocada a través de la unión, como se muestra en la Figura DI (c).

Los huecos que cruzan desde la región **P** a la **N** se recombinan con electrones en el lado **N**. Análogamente, los electrones en la región **N** se recombinan con huecos en el lado **P**. Este flujo de huecos del lado **P** al **N** y de electrones del lado **N** al **P** constituye una corriente de recombinación a través de la unión. Sin embargo, esta corriente de recombinación no persiste con un valor constante. Por el contrario, cae a un valor muy bajo debido a que el proceso de recombinación continúa descubriendo cargas en las proximidades de la unión. Los iones negativos descubiertos en el lado **P** comienzan a rechazar los electrones del lado **N**, mientras que el muro de iones positivos descubiertos en el lado **N** rechazan los huecos del lado **P**. En consecuencia la batería de la Figura DI 2, representa la potencia de barrera establecido por las cargas descubiertas, el cual se opone a la corriente de recombinación. Por lo tanto, parece establecerse una condición de equilibrio entre el potencial difusivo del gradiente de concentración y el potencial de barrera de las cargas descubiertas.

Si la agitación térmica hiciese que todos los portadores móviles de carga tuviesen exactamente la misma energía cinética, bastaría esta sencilla explicación de las condiciones de equilibrio en la barrera. Sin embargo, la energía térmica comunicada a los portadores móviles de carga se distribuye al azar. Hablando estadísticamente, algunos de los huecos y electrones tendrán solamente una pequeña cantidad de energía cinética, mientras que otros tendrán una cantidad más grande. Algunos de los portadores con energía grande serán capaces de vencer el potencial de barrera de vez en cuando. Si esta fuese la única acción, podría parecer que la altura de la barrera continuaría creciendo en un esfuerzo para compensar estos portadores con energía grande que consiguen salvarla. Cabría esperar finalmente, la última de las cargas móviles cruzaría la barrera, quedando un potencial de barrera grande.

Sin embargo, esta es una descripción incompleta, aunque mejorada, de las condiciones en la unión. El detalle que estamos despreciando es que ningún material es **P** o **N** de un modo perfecto. El material **P** contendrá algunos electrones libres originados por la ruptura de enlaces covalentes a causa de la agitación térmica. Los huecos que se producen no son distintos de los otros huecos del lado **P**, en que los huecos son evidentemente portadores de la corriente mayoritarios. El electrón constituye en el material **P** un portador minoritario, y tendrán un tiempo medio de vida (llamado tiempo de vida) antes de que se combine con uno de los numerosos huecos disponibles. El tiempo de vida de un portador minoritario depende evidentemente del número de portadores mayoritarios que lo rodean, el cual queda a su vez determinado por el número de átomos de impureza introducidos en la red.

Si este electrón de la región **P** sobrevive lo suficiente para desplazarse hasta la proximidad de la unión, caerá bajo la influencia del campo eléctrico que en ella existe. La dirección del campo es tal que el electrón será arrastrado a través de la región vacía (región que contiene las cargas descubiertas), pues es atraído por los iones positivos descubiertos del lado **N**. Otra forma de hacer esto visible es imaginar que la batería de barrera en la Figura DI (c) impulsa los electrones del lado **P** al lado **N**. Por un razonamiento análogo, vemos que un hueco generado térmicamente en el material **N** constituye un portador minoritario que será arrastrado a través de la región vacía desde el lado **N** al **P**.



El flujo de portadores minoritarios generados térmicamente a través de la unión es ayudado por el potencial de barrera.

Ahora tenemos una descripción completa. Cuando no hay tensión exterior aplicada, las condiciones reales de equilibrio son las siguientes. Habrá una corriente neta de recombinación I_r a través de la unión constituida por los huecos I_{rp} que salta la barrera del lado **P** al **N** y los electrones I_{rn} que saltan la barrera en dirección opuesta. Como un hueco que circula de izquierda a derecha es equivalente a un electrón que circula de derecha a izquierda, las componentes de la corriente de recombinación son aditivas, por lo que podemos escribir:

$$I_r = I_{rp} + I_{rn} \quad (1)$$

Al mismo tiempo, la ruptura de enlaces covalentes producirá una corriente neta generada térmicamente I_g debido a que los portadores minoritarios son arrastrados a través de la barrera. Esta corriente generada térmicamente tendrá también dos componentes, una componente de huecos I_{gp} que circula de la región **N** a la **P**, y una componente de electrones I_{gn} que circula de la región **P** a la **N**. Por tanto:

$$I_g = I_{gp} + I_{gn} \quad (2)$$

La corriente generada térmicamente I_g depende únicamente de la temperatura, siendo llamada a veces corriente de saturación I_g . En condiciones de equilibrio, los portadores que cruzan la unión debido a I_g sustituyen a los debidos a I_r , la cuál tiene componentes que circulan en direcciones opuestas a las de I_g . El resultado neto es que la corriente total en la unión es cero, como debe ser, pues, el cortocircuitar una unión **PN** por medio de un trozo de alambre. La altura de la barrera asumirá un potencial de valor, tal que permita que la corriente de recombinación iguale exactamente a la corriente generada térmicamente.

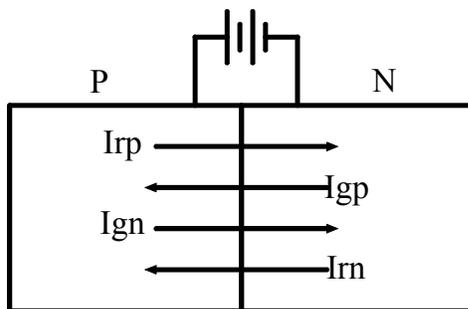


Figura DI2
CORRIENTES EN UN DIODO

Las corrientes componentes en condiciones de equilibrio se muestran en la Figura DI 2. De la Figura DI 2, vemos que si la corriente neta en la unión ha de ser cero, las corrientes netas de los huecos y electrones también han de ser iguales a cero. Es decir:

$$I_{rp} = I_{gp} \quad (3)$$

$$I_{rn} = I_{gn} \quad (4)$$

Sumando las ecuaciones (3) y (4), obtenemos:

$$I_{rp} + I_{rn} = I_{gp} + I_{gn}$$

Y teniendo en cuenta (1) y (2), ésta se concierte en:

$$I_r = I_g \quad (5a)$$

$$I_r - I_g = 0 \quad (5b)$$



EL TIRISTOR

11.1 EL TIRISTOR Y SUS APLICACIONES

En el campo de la electrónica de potencia, donde se trata de conectar elevadas corrientes y tensiones, el tiristor es uno de los componentes más importantes. Su aplicación corresponde a la de un diodo semiconductor con cuatro capas, cuyo orden es **PNPN**. Desde el punto de su función, cada tres capas sucesivas forman un transistor, de forma que estas pueden definir un transistor **PNP** y un transistor **NPN**, que en la base el colector estén unidos. Los tiristores sólo pueden bloquear o conducir la corriente. En el estado conductor es llamado impulso de cebado (encendido) deja pasar la corriente de base con la que las zonas semiconductoras se abrirán. El impulso cebado basta que actúe muy brevemente hasta que una de las zonas del transistor se haya conectado. Impulsos de orden de microsegundos son suficientes.

En el tiristor, al igual que en el diodo normal, hay también una dirección de bloqueo y otra de paso, pero la diferencia es que al polarizar la tensión en el sentido de paso, no circula corriente si no se aplica el impulso de cebado al electrodo de control. Los tiristores, según sea su ejecución, se ceban con un impulso positivo o negativo. En la mayoría, el electrodo de control corresponde a la capa **p**, hablándose entonces de puerta de cátodo (Gk). Si el electrodo de control corresponde a la capa **n**, se habla de puerta de ánodo (Ga). La puerta de ánodo se ceba con un impulso negativo. Si el componente dispone de ambos electrodos de control es un tiristor tetrodo (tetra =4), y si sólo tiene uno, es un tiristor triodo (tri =3). Los tiristores triodos no se pueden desconectar a través del electrodo de control. Los tiristores tetrodo se pueden cebar con un electrodo de control y desconectar con el otro.

Características más importantes del tiristor:

- Tensión de bloqueo de pico (UDRM o DRRM), picos de tensión de corriente alterna que no debe de sobrepasarse.
- Tensión de paso (UT) entre 1, 4 y 2 Volts según los tipos.
- Potencia disipada (Ptot), producto de la tensión de paso y la corriente efectiva límite. $P_{tot} = U_t \times I_{T(RMS)}$.
- Corriente efectiva límite (ITRMS), valor medio de la corriente que con cierta duración no debe sobrepasarse.
- Valor límite de la corriente (ITSM), valor máximo de la carga de corriente de corta duración de impulsos menor o igual a 10 ms.
- Tensión de autocebado (UKO), tensión con la que el tiristor, con la tensión aplicada en sentido de avance, pasa al estado conductor sin que haya un impulso de cebado en la puerta (puerta abierta). La tensión de autocebado debe estar siempre ampliamente por encima de la tensión de servicio.

Los tiristores se constituyen en un margen de carga desde unos centenares de mA hasta varios miles de amperios.

El tiristor es un elemento unidireccional que, una vez aplicada la señal de mando a la puerta, deja pasar corriente en un sólo sentido. Es por eso que también se le denomina rectificador controlado.



11.2 ESTRUCTURA Y SÍMBOLO

El tiristor es un semiconductor sólido de Silicio formado por cuatro capas **P** y **N** alternativamente dispuestas como se ve en la Figura T11, donde también se representa su símbolo.

Las dos terminales principales son el ánodo y el cátodo, y la circulación entre ellos de corriente directa (electrones que van del cátodo al ánodo o corriente que va del ánodo al cátodo), está controlada por un electrodo de mando llamado puerta (Gate en inglés).

El tiristor es un elemento unidireccional; una vez aplicada la señal de mando a la puerta, el dispositivo deja pasar una corriente que sólo puede tener un único sentido. Por ello, a veces se designa al tiristor que, como su definición lo dice, como rectificador controlado (traducción incompleta del inglés, “Silicio Controlled Rectified”; de ahí las siglas de **SCR**).

El dispositivo cumple varias misiones que podemos clasificar un poco arbitrariamente, como sigue:

- Rectificación: consiste en usar la propiedad de funcionamiento unidireccional del dispositivo, el cual realiza entonces la función de un diodo.
- Interrupción de corriente: usado como interruptor, el tiristor puede reemplazar a los contactores mecánicos.

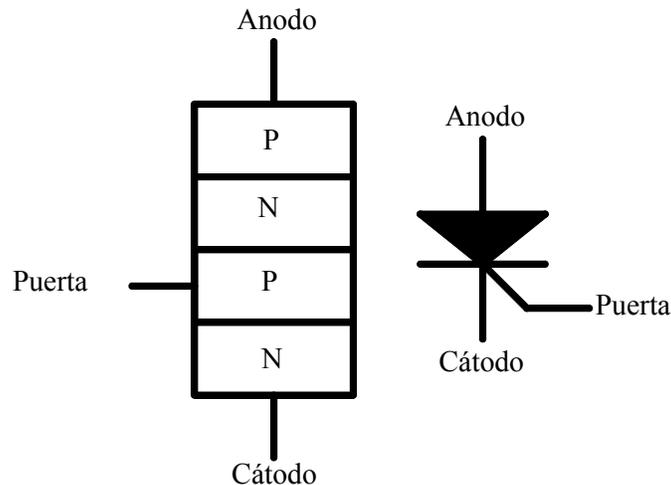


Figura T11
ESTRUCTURA Y SIMBOLO DEL TIRISTOR

- Regulación: la posibilidad de ajustar el momento preciso de cebado permite emplear el tiristor para gobernar la potencia o la corriente medida de salida.
- Amplificación: puesto que la corriente de mando puede ser muy débil en comparación con la corriente o potencia. En ciertas aplicaciones esta “ganancia” puede ser de utilidad.

11.3 EL TIRISTOR BAJO TENSION (en estado de bloqueo)

Para simplificar el siguiente análisis, admitiremos que el cátodo del tiristor está siempre a masa y que la puerta no está conectada (“flotando”).

En estas condiciones se puede comparar el tiristor a tres diodos conectados en oposición (Figura T12). En efecto, las capas **P2N2** y **P1N1** forman diodos que aseguran el aguante en tensión del dispositivo. De esta forma:



- Si el ánodo es positivo, el elemento está polarizado directamente, pero el diodo **P1N2** bloquea la tensión aplicada.

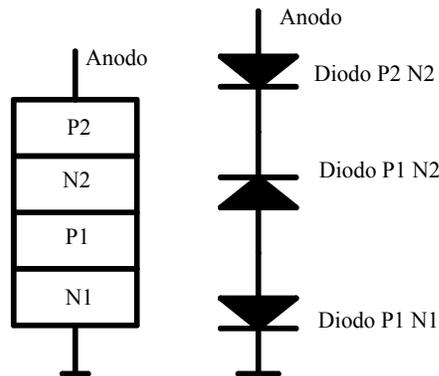


Figura TI2
EL TIRISTOR BAJO TENSION (en estado de bloqueo).

- Si por el contrario, el ánodo es negativo, los diodos **P2N2** y **P1N1**, tienen polarización inversa. Por ser débil la tensión de avalancha de **P1N1**, su papel es despreciable y es **P2N2** el que ha de limitar la corriente inversa de fuga. La tensión máxima viene prácticamente limitada por la tensión de avalancha de los diodos **P2N2** y **P1N1**.

11.4 EL TIRISTOR BAJO UNA TENSION DIRECTA

Se comprenderá mejor el funcionamiento del tiristor si nos refiere al amortaje con dos transistores, **PNP** y **NPN** de Figura TI3, que resulta equivalente. Estos transistores están conectados de forma que se obtenga una realimentación positiva.

Supongamos que sea positiva la región **P2** con relación a la **N1**. Las uniones **J3** y **J1** emiten portadores, positivos y negativos, respectivamente, hacia las regiones **N2** y **P1**. Estos portadores tras su difusión en las bases de los transistores, llegan a la unión **J2**, donde la carga espacial crea un intenso campo eléctrico.

Siendo **a2** la ganancia de corriente que da la fracción de la corriente de huecos inyectada en el emisor y que llega al colector del **PNP**, siendo por otro lado, **a1** la ganancia de corriente que la fracción de la corriente de electrones inyectada en el emisor que llega al colector de **NPN**, podemos escribir:

$$I_{C2} = a_2 I_A$$

$$I_{C1} = a_1 I_A$$

La corriente total de ánodo **I_A** es evidentemente la suma de **I_{C1}** e **I_{C2}**, a la que hay que sumar la corriente de fuga residual que pasa por la unión central **J2** y a la que llamaremos **I_{cx}**. Se tienen entonces:

$$I_A = a_1 I_A + a_2 I_A + I_{cx}$$

Lo que nos da:

$$I_A = I_{cx} / (a_1 + a_2 - 1)$$

Ahora bien, en muchos transistores de silicio la ganancia **a** es baja para valores reducidos de corriente, aumentando cuando crece la corriente. Luego, si **I_{cx}** es reducida, el denominador de la fracción anterior se acerca a 1 (para corrientes débiles) y la corriente **I_A** es apenas mayor que la corriente de fuga.



Aunque polarizada directamente, la estructura **PNPN** permanece pues bloqueada presentando una elevada impedancia.

Cuando aumenta, por cualquier motivo la corriente de fuga **I_{cx}**, aumenta la corriente y la ganancia. La suma **a₁ + a₂** tiende entonces a 1 y la corriente **I_A** tiende a infinito. En realidad, esta corriente toma un valor muy alto, limitado sólo por el circuito externo.

El tiristor está entonces en estado conductor (también se dice que esta desbloqueado).

Hagamos observar que este tipo de cebado por aumento de la corriente de fuga, esto es, en general, por aumento de la tensión aplicada entre ánodo y cátodo del elemento es desaconsejable en la mayoría de los casos.

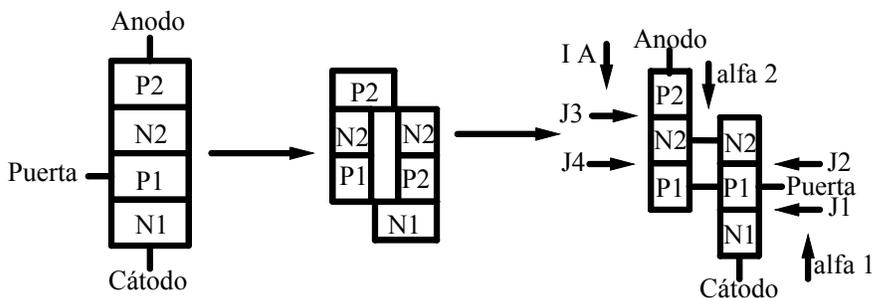


Figura TI3
El tiristor es equivalente a una combinación de dos transistores, uno PNP y otro NPN.

11.5 PRINCIPIO DE CEBADO POR PUERTA

El método de disparo por puerta es el método más usual de disparo de tiristores. Aparecerá mucho más claro si nos referimos a la Figura TI4.

Una vez polarizado directamente el tiristor se inyecta un impulso positivo de mando en su puerta, (este ataque es en corriente denominándose **I_G** a esta última). El transistor **PNP** designado **T1** recibe una corriente de base **I_G**, pasando **T1** a ser su corriente de colector de **I_{GB1}**, donde **B1** es la ganancia de corriente de este transistor (montaje de emisor común). Esta corriente se inyecta una vez en la base del transistor **T2 (NPN)** que entrega entonces una corriente de **I_{GB1B2}** (siendo **B2** la ganancia de corriente de **T2**). Esta corriente, que aparecerá en el colector de **T2**, vuelve a aplicarse a la base de **T1**.

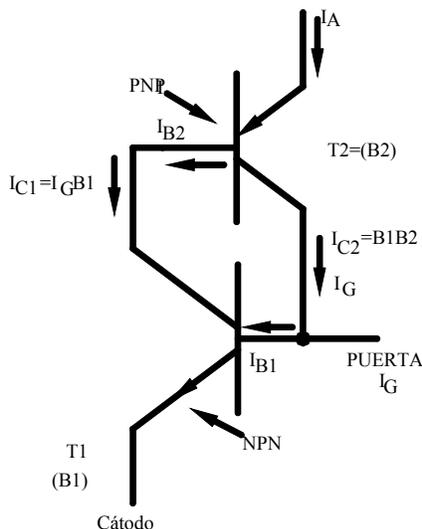


Figura TI4
Montaje equivalente de un tiristor explica el fenómeno del cebado.



Hay que considerar entonces dos casos:

1. El producto **B1B2** subíndices es inferior a 1, en cuyo caso el elemento no se ceba.
2. El producto **B1B2** tiende a la unidad, con lo que se realiza el proceso de amplificación y el elemento báscula al estado conductor.

Estas dos condiciones (**B1B2-1** y **B1B2**) caracterizan el estado del tiristor en función de la corriente. En efecto, la ganancia **B** de un transistor de silicio crece normalmente, por lo general en función de la corriente (Figura TI5). Así pues:

- Si la corriente de puerta es débil, el producto **B1B2** es inferior a la unidad y no se ceba el elemento.
- Si el impulso de mando es suficiente, las corrientes de emisor no son lo bastante elevadas para que el producto **B1B2** tienda a 1.

En cuanto al cebado, la realimentación hace que los dos transistores conduzcan a saturación (por lo tanto la corriente de colector de uno se inyecta sistemáticamente en la base del otro). Una vez en conducción, los transistores se mantienen ya en ese estado, incluso aunque desaparezca el impulso inicial de puerta, hasta que el circuito exterior deje de mantener la corriente **IA**.

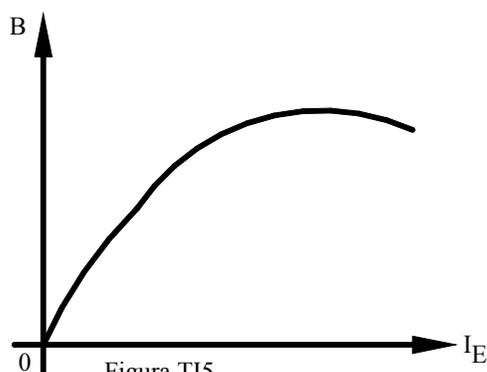


Figura TI5
La ganancia de la corriente de un transistor de silicio depende por lo general, de la corriente de emisor.

11.6 ¿CÓMO PUEDE CEBARSE UN TIRISTOR?

Como ya hemos visto, el tiristor puede adoptar uno de estos datos:

- DE BLOQUEO, cuando está polarizado en sentido inverso.
- DE BLOQUEO O DE CONDUCCION, cuando la polarización es directa, según que esté cebado o no.

En este último caso, para hacerlo pasar del estado de bloqueo al de conducción, se recurre como se ha dicho ya, a la propiedad esencial del transistor de Silicio: la de poseer una ganancia de corriente con la corriente de emisor, **IE**.

Por tanto, se pueden usar todos los medios capaces de provocar un aumento de la corriente **IE**. Los más importantes son:

LA TENSIÓN: cuando aumenta la tensión ánodo-cátodo del tiristor, llega un momento en que la corriente de fuga es suficiente para producir un brusco aumento de corriente **IE**.

Esta forma de disparo se usa sobre todo con los diodos de cuatro capas (diodos y tiristores).

LA DERIVADA DE LA TENSIÓN: Ya se sabe que una unión PN presenta una cierta capacidad. Así, se hace crecer bruscamente la tensión ánodo-cátodo, esta capacidad se carga con una corriente:

$$i = C \, dv/dt$$

Y si la corriente **i** es suficientemente elevada, provocará el cebado del tiristor.



LA TEMPERATURA: La corriente inversa de fuga de un transistor de silicio aumenta al doble, aproximadamente cada 45 grados centígrados (al aumentar la temperatura). Cuando la corriente alcanza un valor suficiente, se produce el disparo del tiristor por los mismos fenómenos ya vistos.

EL EFECTO TRANSISTOR: Es la forma clásica de gobernar un tiristor.

En la base del transistor equivalente se inyectan portadores suplementarios que provocan el fenómeno de cebado (la base es la puerta del tiristor).

EL EFECTO FOTOELECTRICO: La luz, otra de las formas de energía, puede también provocar el cebado del tiristor al crear pares electrón-hueco. En este caso se emplea un fototiristor que es un tiristor con una “ventana” (esto es una lente transparente que deja pasar los rayos luminosos) en la región de la puerta.

5.7 CURVA CARACTERISTICA DEL TIRISTOR

En la Figura TI6 se ha dibujado la curva característica típica de un tiristor (elemento unidireccional), representándose la corriente **IA** en función de la diferencia de tensión ánodo cátodo.

Cuando es nula la tensión **V**, lo es también la corriente **IA**. Al crecer la tensión **V** en sentido indirecto – se la designara como **VF**, siendo la **F** la inicial de “forward” (directo) se alcanza un valor mínimo (**Vd**) que provoca el cebado; el tiristor se hace entonces conductor y cae la tensión ánodo cátodo mientras aumenta la corriente **IA**. Por lo mismo que hemos dicho que la tensión, a esta corriente directa la llamaremos **IF**.

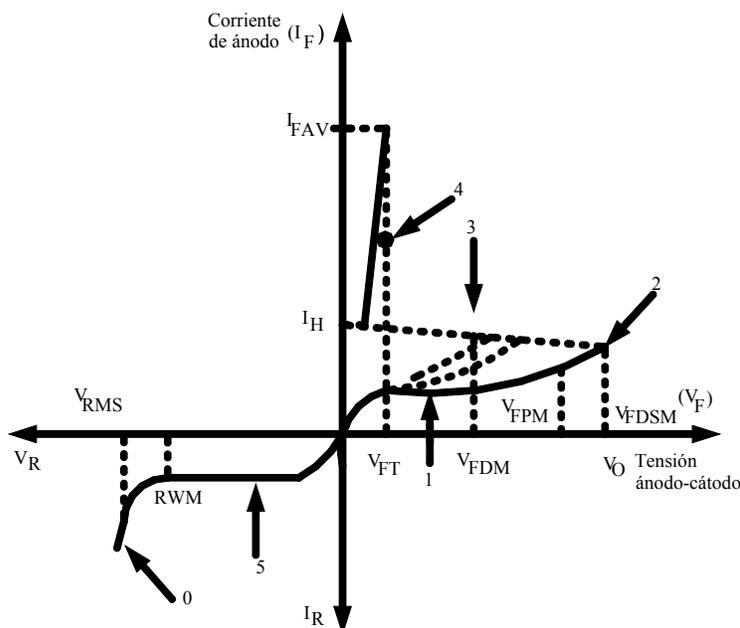


Figura TI6
CURVA CARACTERISTICA DE UN TIRISTOR

Si se polariza inversamente el tiristor, aplicándole una tensión **VR** “donde **R** es la inicial de “reverse” (inverso)” observamos la existencia de una débil corriente inversa de fuga (esta corriente inversa recibirá el nombre de **IR**) hasta que alcanza un punto de tensión inversa máxima que provoca la destrucción del elemento.

Así pues el tiristor es pues conductor sólo en el primer cuadrante. El disparo ha sido provocado en este caso por un aumento de la tensión directa.

La aplicación de una corriente de mando en la puerta desplaza, como veremos, hacia la derecha el punto de disparo **Vd**.



11.8 CORRIENTE DE FUGA

De hecho, las corrientes de fuga en el tiristor imponen algunas de las limitaciones inherentes a este dispositivo. Estas corrientes de fuga son:

- La corriente directa de fuga, **IFD**.
- La corriente de fuga, **IR**.

Para su medida pueden usarse dos métodos diferentes.

El método de corriente continua en el que usa un generador de tensión variable voltímetro y amperímetro (Figura TI7).

El método conocido como el osciloscopio que permite la medida de los valores de pico (Figura TI10) y el trazado rápido y el complemento de una curva característica. El generador de tensión se obtiene por rectificación de media onda de tensión senoidal.

En la Figura TI8, se muestra el circuito básico para medir las características estadísticas de un tiristor con señales de CD. La compuerta **G** requiere de cierta corriente mínima para efectuar el disparo. Esta corriente puede determinarse con el miliamperímetro **I_G** variando la fuente **E1** desde cero volts hasta tener la corriente **I_G** que dispara al tiristor (SCR o triac). Para ello, puede tenerse la fuente **E2** a un voltaje que permita un valor regular de la corriente de ánodo (**MIT**).

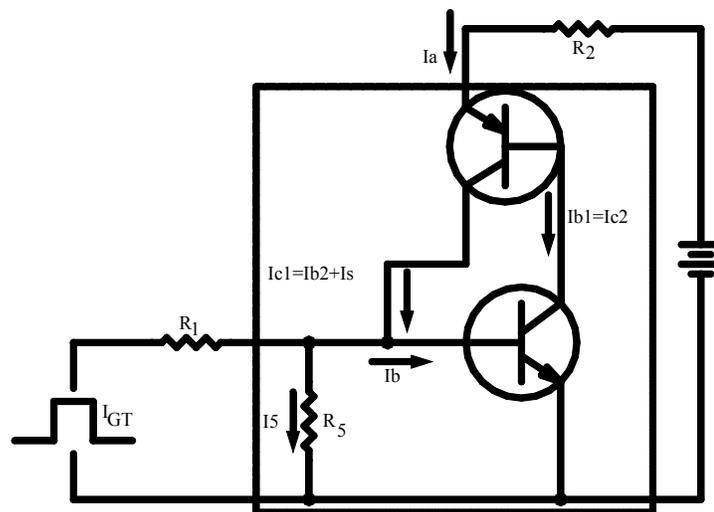


Figura TI7
Montaje equivalente de un tiristor formado por una pareja de transistores PNP-NPN y una terminación resistiva en la base del NPN.

Una vez disparada la corriente de ánodo, ésta no se suspende aun cuando se reduzca **E1** a cero. También puede observarse la tensión entre **G** y el cátodo **VG** que se requiere para garantizar el disparo.



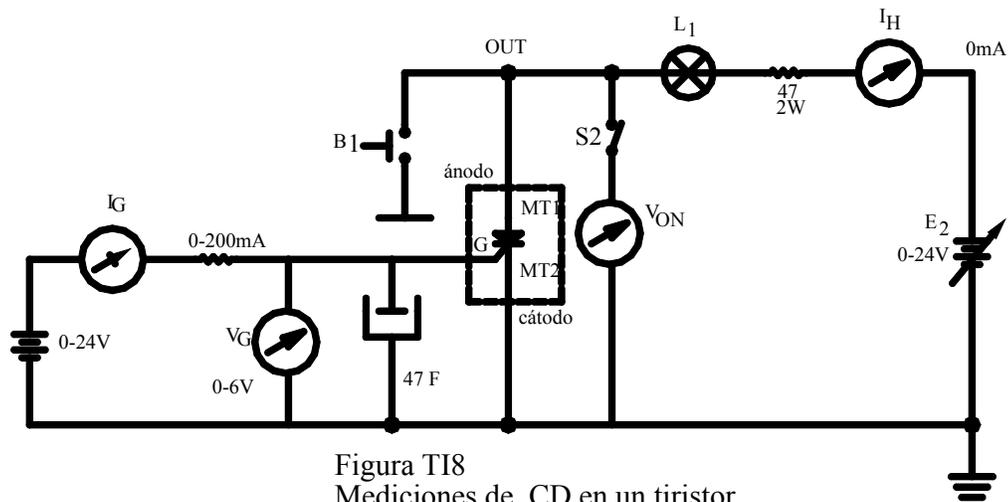


Figura TI8
Mediciones de CD en un tiristor

La corriente de ánodo tiene muchos valores posibles pero no debe reducirse debajo del valor **I_H** (hold). Este valor mínimo de la corriente de ánodo puede determinarse al reducirse gradualmente el valor de **I_H**, a punto de que la lámpara **L1** se apague.

Mientras el tiristor conduce, puede medirse la tensión de ánodo-cátodo que resulta a través del tiristor con el voltímetro **V_{ON}**, cerrado el interruptor **S2**. Esta tensión resulta una fracción de volt.

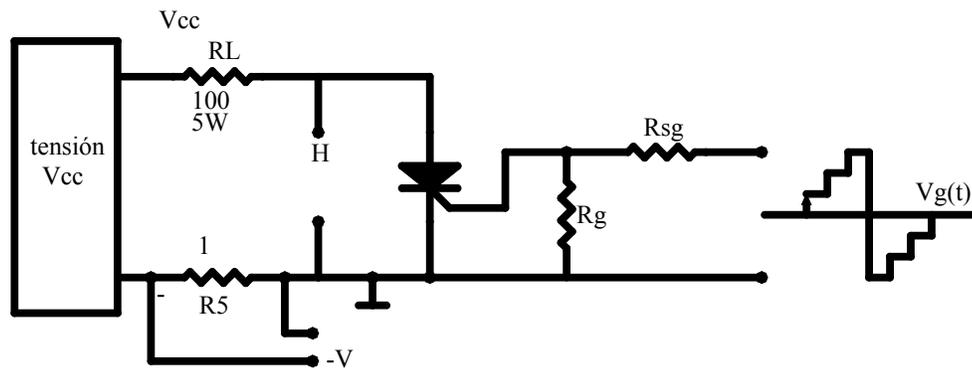
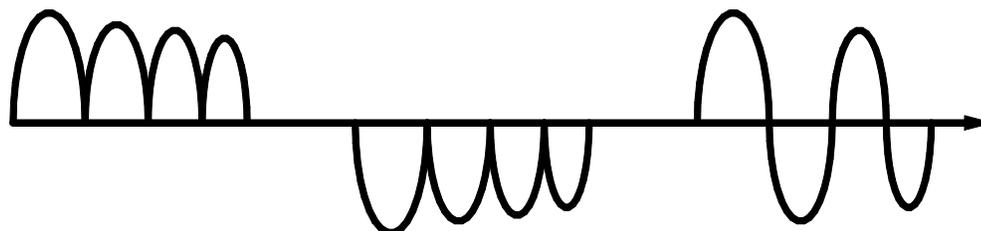


Figura TI9

En la Figura TI9, se muestra la disposición que se emplea con un trazador de curvas para observar las características de ánodo-cátodo, en función de diversas corrientes de ánodo. En un trazador puede seleccionarse el valor de **R_L** que debe ser una resistencia de potencia. Las conexiones aún osciloscopio están indicadas como **H** (horizontal) y **Y** (vertical negativo). La deflexión vertical corresponde a la corriente **1A/volt** dado que **R_s = 1 ohm**; y necesita tener la polaridad o signo invertido para que una corriente positiva produzca una deflexión hacia arriba (positiva).



En la Figura TI 10 (a), (b) y (c) están indicadas diversas posibilidades de la tensión V_{cc} aplicada al tiristor, lo cual nos permite analizar las características de bloqueo indirecto y bloqueo inverso.



(a) Bloqueo dire

(b) Bloqueo

(c) ambos

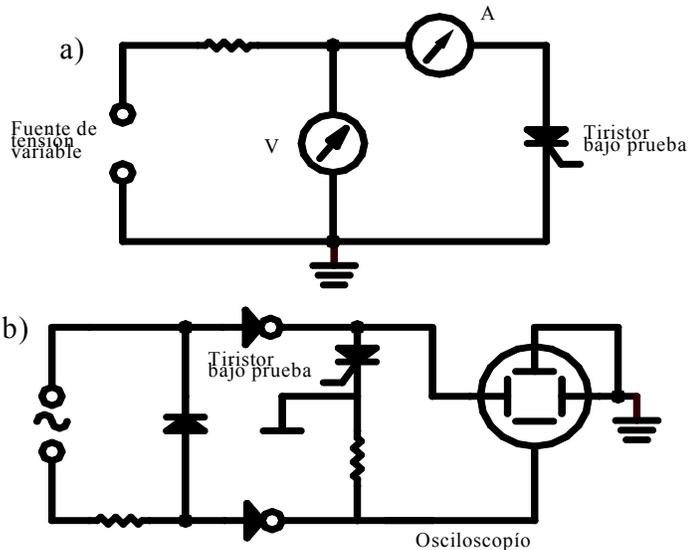


Figura TI10
Mediciones de un tiristor con tragador de curvas.



EL TRANSISTOR Y SUS
APLICACIONES

Los dispositivos lógicos son dependientes del conocimiento de la operación de los transistores bipolares.

Un transistor es un dispositivo semiconductor de tres elementos usados en equipos electrónicos para controlar una gran corriente con una pequeña corriente. Los transistores se usan primariamente como amplificadores con ganancia pero también son usados como switches en circuitos lógicos digitales.

Los transistores están hechos de materiales semiconductores tales como el Silicio y Germanio. Estos materiales cuya resistencia está entre los conductores y los aisladores. La resistencia del Silicio es mayor que la resistencia de un buen conductor tal como el cobre. Ya que la conductividad está entre un buen conductor y un aislador, la resistencia de un semiconductor como el Silicio es mayor que la del Cobre pero considerablemente menor que la resistencia de un aislador tal como la cerámica ó cristal.

Hay dos tipos de materiales semiconductores, tipo **P** y tipo **N**. Un semiconductor tal como el Silicio es combinado con otros materiales para formar estos dos diferentes tipos. Por ejemplo, ciertas impurezas son añadidas al Silicio puro para formar el tipo **P** y otras impurezas para formar el tipo **N**. El material resultante tipo **N** es la que tiene exceso de electrones libres. En los materiales tipo **P**, la mayoría de los portadores de corriente son hoyos. Un hoyo es la ausencia de un electrón en la estructura atómica del material de Silicio tipo **P**, y este actúa como una carga positiva. Los materiales semiconductores tipo **P** tienen un exceso de hoyos para soportar el flujo de corriente.

El flujo de corriente está dado por electrones en los materiales tipo **N** y por hoyos en los materiales tipo **P**.

Transistores y otros dispositivos semiconductores tales como diodos y circuitos integrados son hechos por la combinación de materiales tipos **P** y tipo **N**. Por ejemplo, un diodo es formado por la unión de las secciones tipo **P** y tipo **N** se muestran en la Figura TR1-A. La sección tipo **P** esta designada como el ánodo, y la sección tipo **N** esta designada como el cátodo.

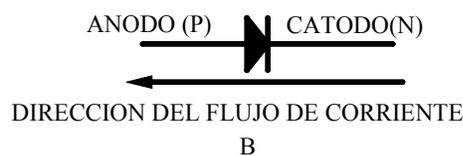
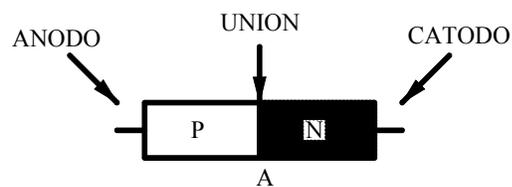


Figura TR1



La unión **PN** así formada tiene características unilaterales. Esto es, que la corriente fluirá a través de esta de una sola dirección. Esta bloquea el flujo de corriente (electrones) en dirección opuesta. La Figura TR1-B muestra el símbolo usado para representar la unión diodo **PN** en diagramas esquemáticos.

Una unión diodo es sensitiva a la dirección del flujo de la corriente. Si aplicamos un voltaje CD a la diodo unión, la corriente puede o no fluir a través de este, dependiendo de la polaridad del voltaje. Este voltaje aplicado es llamado la polarización. En la Figura TR2 se ilustra una forma en la cual el diodo unión puede ser polarizado. La resistencia en serie **R** limita la corriente a un nivel seguro.

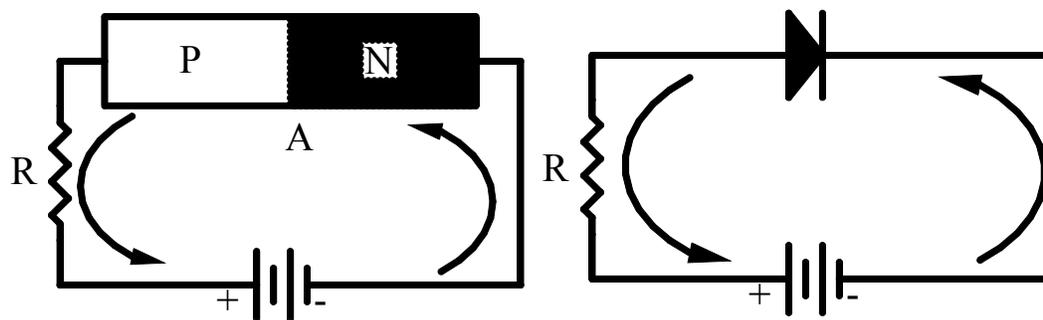


Figura TR2

En la Figura TR2, los electrones fluyen hacia fuera de la terminal negativa de la batería dentro del material tipo **N**. Si el voltaje de la batería del elemento es suficientemente alto como para venir a ser una barrera de potencial inherente asociado con la unión, los electrones cruzarán la unión y llenarán los hoyos. Como los hoyos en el material tipo **P** por la terminal positiva de la batería. El resultado es un flujo de corriente continua a través del dispositivo. Este arreglo es conocido como polarización directa.

Para polarizar una unión diodo dentro de la conducción, el elemento tipo **P** está conectado a la terminal positiva de la batería y el elemento tipo **N** está conectado a la terminal negativa de la batería.

Para polarizar directamente una unión diodo **PN**, la terminal positiva de la batería (**P**) es conectada al elemento tipo **P** y la terminal negativa (**N**) es conectada la elemento tipo **N**. El resultado es un flujo continuo de corriente a través del dispositivo que está efectivamente limitado por la resistencia externa del circuito.

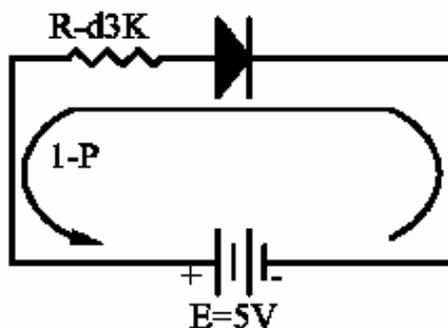


Figura TR3

Dando una caída de voltaje de aproximadamente 0.7 volts a través del diodo de Silicio. Esta caída es esencialmente constante e independiente al valor de la corriente. La caída a través de un diodo de germanio en conducción es de 0.3 volts.



¿Cuánta corriente fluye en el circuito de la Figura TR3?

$$I = 1 \text{ mA}$$

(1 miliamper). En este circuito el diodo está polarizado directamente porque la polaridad del voltaje aplicado es correcta. Por lo tanto, la corriente fluye, esta corriente está limitada por la resistencia, pero claro está, también es función del voltaje de la batería y de la caída de voltaje del diodo. En este circuito, la caída del diodo es de 0.7 volts porque el dispositivo es de Silicio. Esto significa que la caída de voltaje a través de la resistencia es $(5-0.7)=4.3$ volts. La corriente I es encontrada a partir de la Ley de Ohm.

$$I = E / R = 4.3 / 4.3k = 4.3 / 4300 = 0.001 \text{ A} = 1 \text{ mA.}$$

La corriente fluye en la unión **PN** de un diodo cuando este es polarizado directamente.

Un diodo polarizado directamente conduce y actúa como una resistencia muy baja, permitiendo que la corriente fluya libremente. Si la polaridad del voltaje aplicado es invertido como se muestra en la Figura TR4, se dice que el diodo está polarizado inversamente.

Con este arreglo los electrones de la terminal negativa de la batería llenarán los hoyos en el material, tipo **P**. El exceso de electrones en el material tipo **N** son arrojados hacia fuera por la terminal positiva de la batería. El efecto es el de arrojar una corriente de portadores a partir de la unión así que no hay flujo de corrientes. El diodo actúa como un circuito efectivamente abierto. En un diodo práctico alguna corriente se fuga a través de la unión. Pero en un buen dispositivo de Silicio esta corriente es muy baja, en el rango de micro y nanoamperes, y la mayoría de las aplicaciones se pueden considerar despreciables o cero. Para polarizar inversamente un diodo tal que no fluya ninguna corriente a través del, el cátodo (**N**) debe ser positivo, si el cátodo es positivo con respecto al ánodo, el diodo está polarizado inversamente y no fluirá corriente.

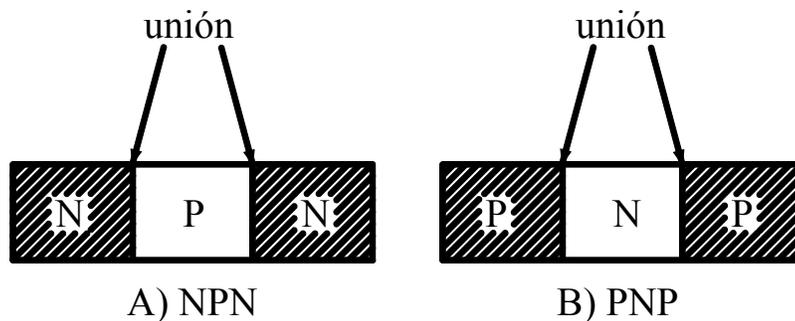


Figura TR4

Para llevar a cabo esto, la terminal positiva de la batería está conectada al cátodo **N**, y la terminal negativa está conectada al ánodo tipo **P**.

Si el ánodo se hace positivo con respecto al cátodo entonces fluirá la corriente. Esto es ¿falso ó verdadero? Respuesta: verdadero.

Con el ánodo positivo (**P**) con respecto al cátodo (**N**), el diodo está polarizado directamente así que la corriente fluirá. Como se ve, el diodo es polarizado sensitivamente y de hecho la corriente fluirá a través del dispositivo solamente en una dirección, del cátodo al ánodo.



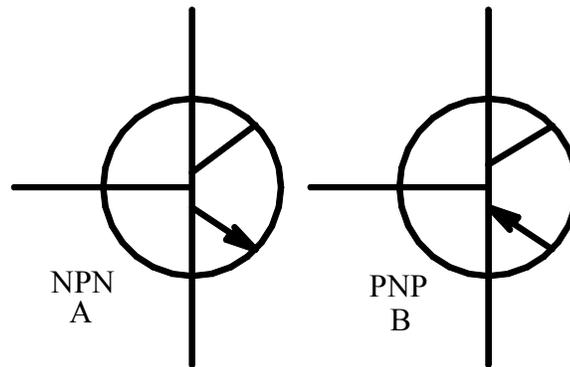


Figura TR5
SIMBOLOGIA DEL TRANSISTOR

El transistor es solamente una extensión del concepto del diodo unión. Los transistores están formados por la combinación de los materiales tipo **P** y tipo **N** para formar dos uniones. Esto es hecho con tres elementos semiconductores. En la Figura TR5 se muestran dos tipos de transistores. El dispositivo de la Figura TR5-A es un transistor **NPN** y el dispositivo de la Figura TR5-B es un transistor **PNP**. Hay que observar los dos arreglos de materiales alternos **P** y **N**.



AMPLIFICADORES
OPERACIONALES

El termino de amplificador operacional fue lanzado aparentemente por primera vez en el año de 1947 por John R. Ragazzini en proc. IRE, Mayo de 1947.

Sin embargo, el amplificador operacional en forma modular de estado sólido fue introducido hasta 1962, por Burr Brown Research Corporation y G.A. Philbrick Research, Inc.

En el año de 1965 –Fairchild- Desarrolla los integrados operacionales μA 700, 701, 710, 709... los cuales son circuitos de propósito general.

Existen dos tipos de circuitos integrados de acuerdo a su montaje:

I. Circuito Integrado sobre sustrato Semiconductor: Es el llamado Circuito Integrado Monolítico: que contiene todos los elementos activos y algunos pasivos integrados en el mismo sustrato semiconductor.

II. Circuito Integrado sobre sustrato aislante (híbrido): Este circuito Contiene los elementos activos (transistores, etc.)Y ningún elemento pasivo en el mismo “Chip”.

III. Circuito Integrado híbrido de película delgada: Se obtiene por el procedimiento llamado serigrafía.

IV. Circuito Integrado de película gruesa: Se obtiene por evaporación, pulverización catódica.

13.1 VENTAJAS DE LOS CIRCUITOS INTEGRADOS

a). Pequeño volumen: aspecto importante (aéreo espacial), Confiabilidad (referente a su tecnología), económicos, bastante versátil.

b). Presentación: Son muy diversas y todas hasta el momento presentan grandes ventajas.

VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS CIRCUITOS INTEGRADOS MONOLITICOS CON RESPECTO A LOS CIRCUITOS INTEGRADOS HIDRIDOS.

*** Mayor capacidad de integración.

*** Mayor confiabilidad.

*** Menor costo en grandes series.

*** Pequeñas dimensiones.

*** Mayor costo en pequeñas (producción).

*** Dificultad de integración de ciertos elementos pasivos.

PARA LOS CIRCUITOS INTEGRADOS HIBRIDOS:

*** Amplia gama de fabricación de elementos pasivos.

*** Amplia gama de tolerancias en la fabricación de elementos-

*** No existen acoplamientos parásitos (por el sustrato aislante).

*** Menor costo en pequeñas series.



LAS DOS GRANDES FAMILIAS DE CIRCUITOS.

Lineal (región activa)

EL TRANSISTOR

Conmutación.

(Lineal).

Analógica.

CTO. INTEGRADO

Digital.

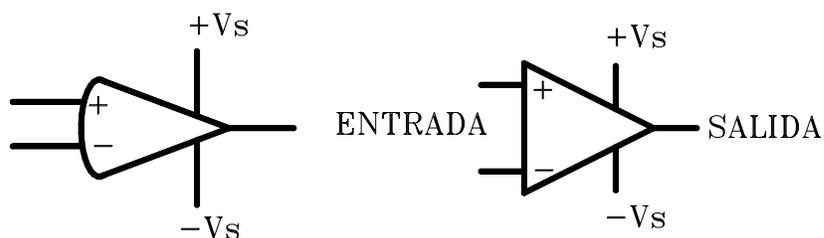
(Numérica)

Circuitos Integrados Analógicos: Corresponden a una ley $y = ax + b$ y además tiene la propiedad de obtener a la salida una señal igual a la de la entrada. Ejemplo: amplificador en general.

Circuito Integrado Digital: Trabaja en forma discreta en base a niveles de voltaje $\langle 0 \rangle$ y $\langle 1 \rangle$ que son niveles lógicos. Ejemplo (todos aquellos circuitos lógicos) compuertas, registros, memorias, etc.

13.2 EL AMPLIFICADOR OPERACIONAL IDEAL

El amplificador operacional actual es un amplificador de C.D. de muy alta ganancia que usa mallas de retroalimentación externas para controlar su respuesta.



Símbolo esquemático del Amplificadores operacional. En general se pueden representar de dos maneras, según el gusto del autor.

Estos operacionales en general tienen dos entradas:

- Una inversa (-)
- Una no-inversora (+)

Ambas tienen la misma salida, estos amplificadores son alimentados con doble polaridad, cuyo rango típico es de (5 a 15) volts. Es común no representar en los esquemas o diagramas la alimentación, pues se considera como obvia.

13.3 LA HOJA DE DATOS DEL AMPLIFICADOR OPERACIONAL

Una de las mejores maneras de entender las características de un amplificador operacional es examinar la hoja de datos del fabricante, la cual generalmente contiene la siguiente información:

1. Descripción general del amplificador operacional.
2. Un esquema del circuito interno equivalente.
3. Configuración de los **PINS** (patas) del dispositivo.
4. Los rangos máximos absolutos.
5. Las características eléctricas.
6. Curvas típicas de comportamiento.

Como ejemplo usaremos el $\mu A741$ (amplificador operacional).



RANGOS MAXIMOS

El rango máximo que se da en la hoja de datos, es el valor máximo que el amplificador operacional puede soportar, dentro de un rango de seguridad sin la posibilidad de que sea destruido.

1. El voltaje de alimentación (V_s) <Supply Voltage>: Es el voltaje máximo positivo y negativo que podemos usar para alimentar a nuestro amplificador operacional.
2. Disipación de Potencia Interna (P_d) <Internal Power Dissipation>: Es la potencia máxima que el amplificador operacional puede disipar, dado un ambiente específico de temperatura. (Ejemplo 500mW@<75°C).
3. Voltaje de entrada diferencial (V_{id}) <Differential Input Voltage>: Es el máximo voltaje que puede aplicar a través de las entradas (+) y (-).
4. Voltaje de entrada (V_{icm}) <Input Voltage>: Es el máximo valor de voltaje que se puede aplicar simultáneamente entre ambas entradas y tierra, también es referida como el voltaje de modo común <common mode voltage>. En general este máximo voltaje es igual al voltaje de alimentación.
5. Temperatura de Operación (T_a). Este es el rango de temperatura ambiental para la cual el amplificador operacional trabaja dentro de las especificaciones del fabricante.

**NOTA: El amplificador operacional 741 de versión militar trabaja dentro de un rango más amplio que la versión comercial 741C.*

6. Duración de corto circuito a la salida. Esta es la cantidad de tiempo que la salida del amplificador operacional puede ser cortocircuitado a tierra o a la fuente de alimentación, sin dañar al componente.

CARACTERISTICAS ELECTRICAS

El amplificador operacional tiene sus características eléctricas las cuales usualmente son especificadas para una fuente de voltaje y a una temperatura ambiental. Sin embargo, ciertos parámetros pueden también tener la influencia de ciertos parámetros, tales como una carga en particular o una resistencia de la fuente. En general cada parámetro tendrá un valor mínimo y un máximo, el cual es típico.

PARAMETROS DE ENTRADA

1. Offset del voltaje de entrada (V_{oi}). Este es el voltaje que debe de ser aplicado a una de las entradas para obtener una salida de cero volts. Recordemos, que para un amplificador operacional, el voltaje de salida del offset debe ser de cero.
2. Corriente de fuga a la entrada (I_b). Esta es la corriente promedio que fluye a través de las dos entradas. Idealmente, las dos corrientes de fuga en la entrada son iguales.
3. Corriente Offset en la entrada (I_{os}). Esta es la diferencia de las dos corrientes de fuga a la entrada cuando el voltaje a la salida es cero.
4. Rango de Voltaje a la entrada <Input Voltage Range>. Este es el rango del voltaje a la entrada en modo común (Ejemplo Voltaje común en ambas entradas y tierra).
5. Resistencia de entrada (Z_i). Esta es la resistencia buscada en cada entrada con respecto al resto de las entradas aterrizadas.



PARAMETROS DE SALIDA

1. Resistencia de salida (Z_{oi}). Esta es la resistencia buscada a la salida del amplificador operacional.
2. Corriente a la salida en corto circuito (I_{ode}). Esta es la corriente máxima a la salida que el amplificador operacional puede liberar a una carga.
3. Excursión de Voltaje a la salida ($V_o \text{ max}$) <Output Voltage Swing>. Dependiendo de la resistencia de carga, este es el máximo valor típico de voltaje que un amplificador operacional puede dar sin saturarse o cortarse.

13.4 EL AMPLIFICADOR NO INVERSOR

Tanto la Figura (a) y a Figura (b) son amplificadores no inversores; esto es el voltaje a la salida, V_o , es de la misma polaridad como el voltaje E_i . La resistencia de la entrada del amplificador operacional es su propia resistencia, la cual generalmente es muy grande del orden de $100 \text{ M}\Omega$ ya que prácticamente existe un voltaje entre las patas (+) y (-) del amplificador operacional, ambas patas serán del mismo potencia, E_i . Por lo tanto, E_i aparece a través de la R_i . La E_i causará una corriente I que fluye, la cual está dada por:

$$I = \frac{E_i}{R_i}$$

La dirección de I depende de la polaridad de E_i . Tal y como se observa en las figuras (a) y (b). La corriente de entrada a la terminal negativa del amplificador operacional se considera como nula. Por lo tanto I fluye a través de R_f y el voltaje arrojado en R_f es determinado por V_{Rf} y se expresa como:

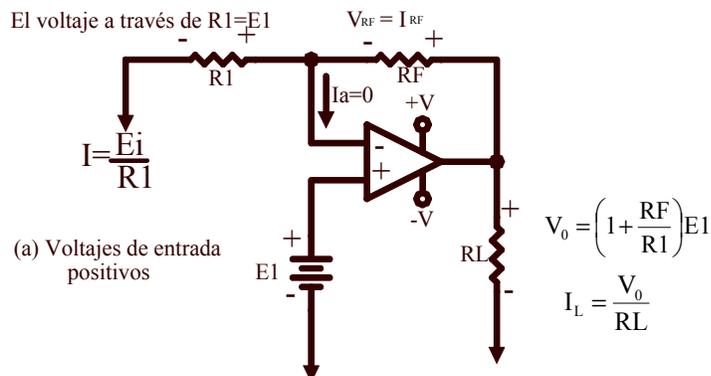


Figura (a).- Amplificador NO Inversor con voltaje de entrada positivo.

$$V_o = E_i + \frac{R_f}{R_i} E_i$$

ó bien :

$$V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) E_i$$



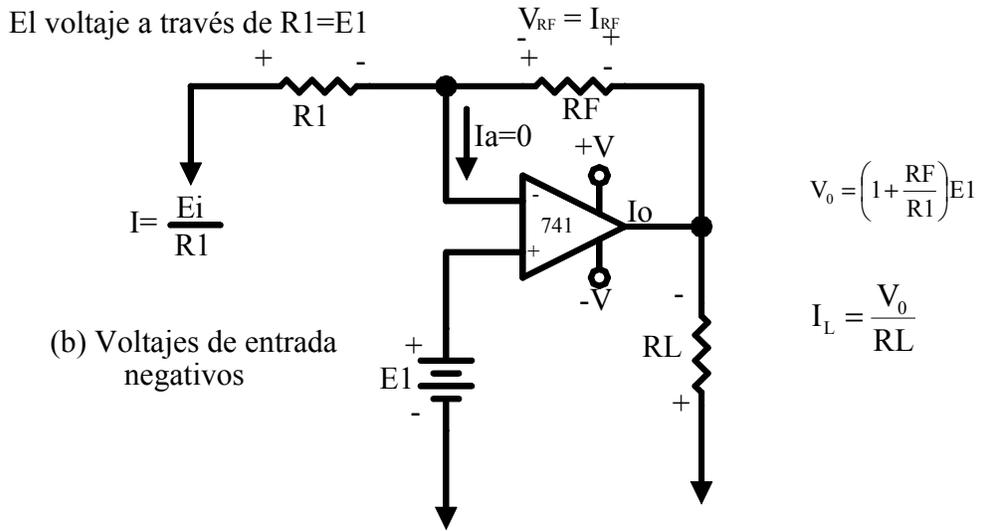


Figura (b).- Amplificador NO Inversor con voltajes de entrada negativos

13.5 EL AMPLIFICADOR DIFERENCIADOR

Como se muestra en la siguiente figura, el diferenciador es similar al amplificador inversor básico, excepto que el elemento de entrada es un capacitor. Para este circuito, el voltaje de salida estará dado por:

$$V_o = -R_f C \frac{\Delta V_i}{\Delta t} \quad \text{Ec. (1)}$$

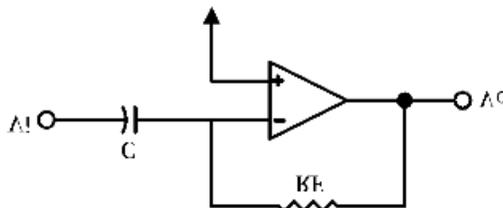
Donde la cantidad $\Delta V_i / \Delta t$ es el cambio en el voltaje de salida sobre un intervalo de tiempo específico. Es tal y como una cantidad está comúnmente referida a la pendiente de la línea. Usando cálculos la ecuación (1) puede re-escribirse como:

$$V_o = -R_f C \frac{dV_i}{dt} \quad \text{Ec. (2)}$$

Uno de los problemas con el circuito básico es que la reactancia capacitiva (Ejemplo $1/2\pi fC$) varía inversamente con la frecuencia. Consecuentemente, el voltaje de salida del diferenciador se incrementa con la frecuencia, haciendo al circuito susceptible al ruido de altas frecuencias. Un circuito diferenciador más práctico se obtiene con una resistencia colocada en serie con el capacitor de salida, para decrementar la ganancia a altas frecuencias para la relación de R_f/R_s . El voltaje de salida como una función del tiempo esta todavía gobernada por la ecuación (2). Sin embargo, las funciones del circuito como un diferenciador son solamente para las frecuencias menores que:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_s C} \quad \text{Ec. (3)}$$

Para frecuencias de entrada mayores que la dada por la ecuación (3), el circuito se aproxima a un amplificador inversor con un voltaje de ganancia de:



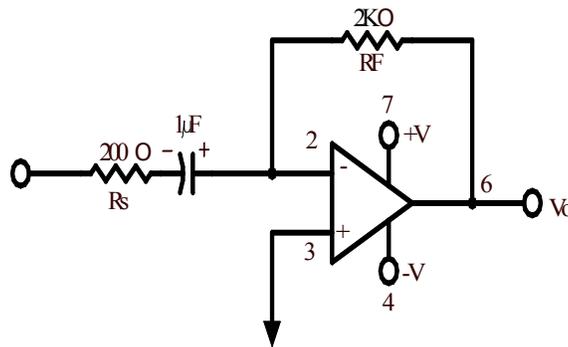
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_f}{R_s} \quad \text{Ec. (4)}$$

La ecuación (2), el producto de RfC , llamado constante de tiempo, debería aproximadamente ser igual al periodo de señal de entrada para ser diferenciada. En la práctica, R_s es usualmente de 50 a 100 Ω .

Ejemplo: Diseñe un circuito que diferencie una señal de entrada de 500 Hz., con un circuito de ganancia de frecuencia limitada a 10.

Ya que el periodo de la señal de entrada es 1/500 Hz, ó 2 msec. Entonces: 0.002 seg. = RfC .

Escogiendo $C = 1\mu F$, entonces R_f debe ser 2K Ω . Ya que la ganancia a altas frecuencias está limitada a 10, entonces, a partir de la ecuación (4), R_s debe ser 200 Ω , dando el circuito final mostrado en la Figura siguiente.



Si la señal de entrada es conocida, ¿Cómo será la señal de salida?, Para la onda senoidal.

$$V_i = V_m \text{Sen}(\omega t) \dots \text{ec. (5)}$$

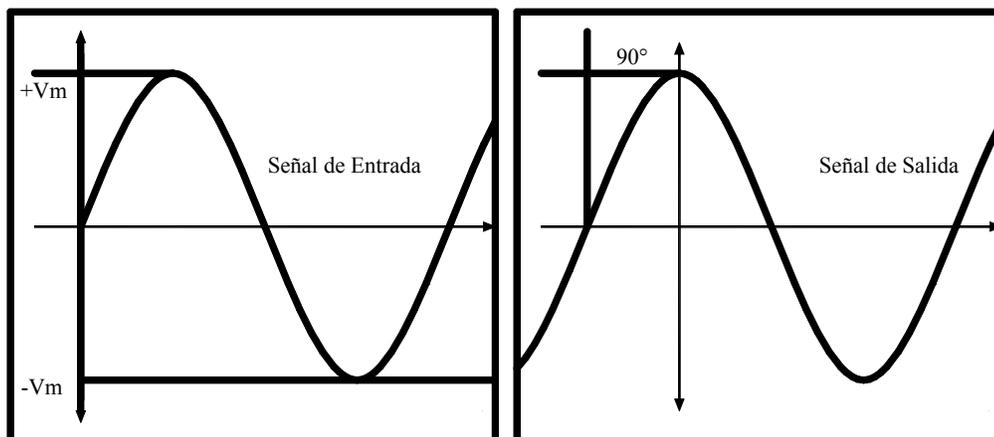
Donde: V_m = voltaje pico de la onda senoidal.

ω = frecuencia de entrada, rad/seg., igual a $2\pi f$.

El voltaje a la salida como una función del tiempo es:

$$\begin{aligned} V_o &= -RfC \frac{d}{dt} \{V_m \text{sen}(\omega t)\} \\ &= -\omega RfC V_m \cos(\omega t) \dots \text{ec. (6)} \end{aligned}$$

La salida será entonces una onda cosenoidal, la cual no es otra cosa que la onda senoidal con 90° fuera de fase, o corrida por 1/4 de ciclo.

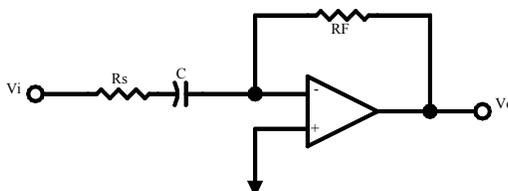


A partir de la ecuación (6) y la segunda Figura el voltaje pico a la salida es:

$$(V_o)_{\text{pico}} = \omega R_f C V_m \dots \dots \dots \text{ec. (7)}$$

Además la salida aparte de ser corrida 90° de fase (para una onda senoidal a la entrada), la salida también es invertida, ya que la señal de entrada es aplicada a la entrada inversora del amplificador operacional.

Ejemplo: cual será el pico de voltaje de salida para el circuito siguiente.
 Con una $R_f = 200\text{K}\Omega$; $C = 0.01\mu\text{F}$ y una señal de entrada de 1 volt y 500 Hz.

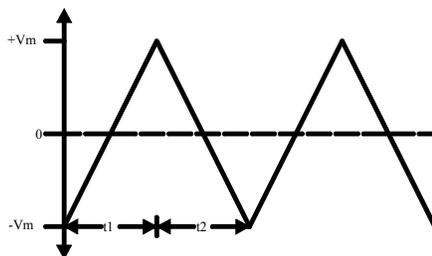


Usando la ecuación:

$$\begin{aligned} (V_o)_{\text{pico}} &= \omega R_f C V_m \\ &= (6.28)(200 \text{ Hz})(200\text{K } \Omega)(0.1 \mu\text{F})(1\text{V}) \\ &= 2.51 \text{ volts.} \end{aligned}$$

Otro caso: Para una señal de entrada de onda triangular, mostrada en la siguiente figura.

$$f = \frac{1}{t_1 + t_2} \dots \dots \dots \text{ec. (1)}$$



Durante el periodo de tiempo t1, la ecuación para la señal de entrada, en la forma de línea recta es escrita como:



$$(V_i)_{t1} = -V_m + 2 \frac{V_m}{t_1} t \dots \text{ec. (2)}$$

y para el periodo de tiempo t_2 ,

$$(V_i)_{t2} = V_m - 2 \frac{V_m}{t_2} t \dots \text{ec. (3)}$$

sustituyendo las ecuaciones (1) y (2) por la ecuación del circuito diferencial básico.

ecuación básica : $V_o = -R_f C \frac{dV_i}{dt}$

$$(V_o)_{t1} = -R_f C \frac{d}{dt} \left[-V_m + 2 \frac{V_m}{t_1} t \right]$$

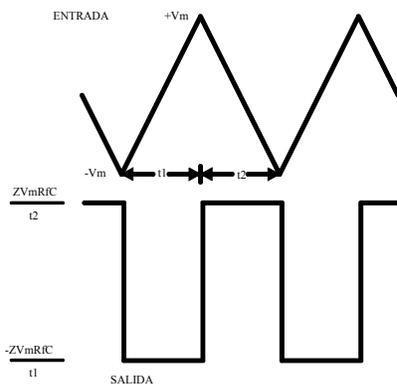
$$= -R_f C \left(\frac{2V_m}{t_1} \right) \dots \text{ec. (4)}$$

$$(V_o)_{t2} = R_f C \frac{2V_m}{t_2} \dots \text{ec. (5)}$$

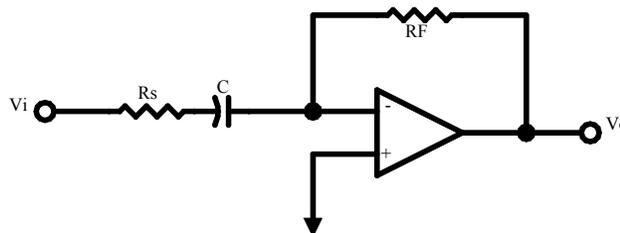
La onda de salida será entonces una onda cuadrada con un voltaje pico igual a:

$$(V_o)_{\text{pico}} = R_f C \left(\frac{2V_m}{t_2} \right) \dots \text{ec. (6)}$$

Durante el periodo t_1 , el pico de salida será negativo, y durante t_2 , el voltaje pico de salida será positivo, como se muestra en la siguiente figura.



Ejemplo: Si tenemos el siguiente circuito diferenciador, con una $R_f = 200K\Omega$, y una $C = 0.01\mu F$. ¿Cuál será el voltaje pico a la salida para una onda triangular de 100Hz a la entrada, cuyo voltaje pico es de 1 volt, (ejemplo: 2 volts pico a pico) suponiendo que la onda triangular es simétrica ($t_1=t_2$)?



Ya que los periodos de tiempo t_1 y t_2 son iguales, entonces:

$$f = \frac{1}{t_1 + t_2} = 100\text{Hz} \text{ ó bien:}$$

$$t_1 + t_2 = 0.01 \text{ seg. así que:}$$

$$t_1 = t_2 = 0.005 \text{ seg.}$$

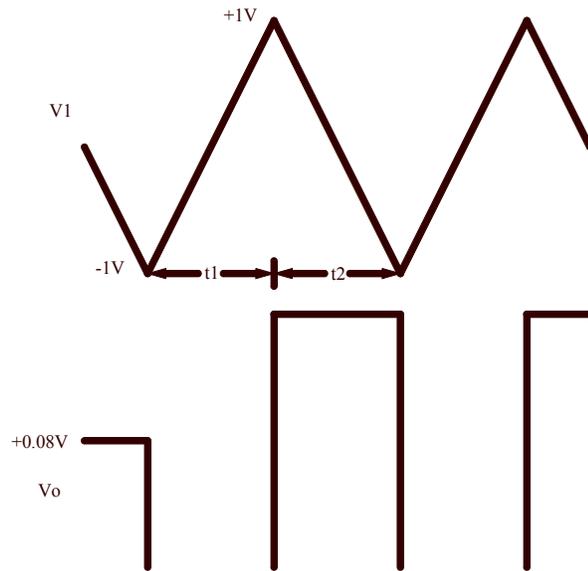
Usando la ecuación (4) y (5)

$$\begin{aligned} (V_o)_{t_1} &= -R_f C \left(\frac{2V_m}{t_1} \right) \\ &= - \frac{(20\text{K}\Omega)(0.01\mu\text{F})(2)(1\text{V})}{0.005\text{seg}} \end{aligned}$$

$$(V_o)_{t_1} = -0.8\text{volts.} \quad \text{y}$$

$$\begin{aligned} (V_o)_{t_2} &= -R_f C \left(\frac{2V_m}{t_2} \right) \\ &= + \frac{(200\text{K}\Omega)(0.01\mu\text{F})(2)(1\text{V})}{0.005\text{seg}} \end{aligned}$$

$$(V_o)_{t_2} = +0.8\text{volts.}$$



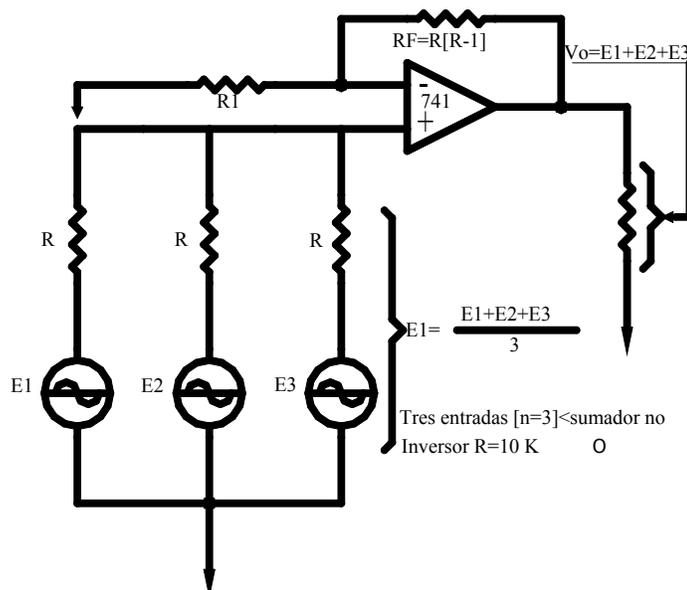
13.6 EL AMPLIFICADOR SUMADOR NO INVERSOR CON N-ENTRADAS

Si más de dos señales a la entrada se van a sumar, hacemos todas las resistencias iguales, excepto la resistencia de retroalimentación R_f . Para el sumado no inversor de 3 entradas R_f se hace igual a:

$$R_f = (n-1)R$$

Donde n = número de entradas.

Ahora E_i es la suma de los voltajes en la entrada dividido por el número de entradas (el voltaje promedio de la entrada). La ganancia del amplificador es entonces igual al número de entradas. Por lo tanto, V_o simplemente suma los voltajes a la entrada.



Ejemplo: Si $E_1 = E_2 = 2\text{volts}$. Y $E_3 = -1\text{ volt}$, si $R_1 = R = 10\text{ K}\Omega$.

Encontrar:

(a) n ; (b) R_f ; (c) V_o .

Solución:

(a) $n = 3$

(b) Usando la ecuación $R_f = R (n-1)$

$$R_f = 10\text{K}\Omega (3-1)$$

$$R_f = 20\text{K}\Omega$$

(c) $V_o = E_1 + E_2 + E_3$

$$V_o = 2\text{V} + 2\text{V} - 1\text{V} = 3\text{ Volts.}$$

Reordenando esta ultima ecuación para expresarla en términos de ganancia de voltaje:

$$A_{CL} = \frac{V_o}{E_i} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$

Esta ecuación nos muestra que la ganancia de voltaje de un amplificador no inversor es igual a la magnitud de la ganancia de un amplificador inversor $\left(\frac{R_f}{R_1}\right) + 1$.

La corriente de carga I_L esta dado por $\frac{V_o}{R_L}$ y por lo tanto depende solamente de V_o y R_L . La co-

rriente I_o está gobernada por: $I_o = I + I_L$.

Ejemplo: Para el circuito (a), hagamos $R_1 = 5\text{K}\Omega$; $R_f = 20\text{K}\Omega$ y $E_i = 2\text{V}$. Calcular (a) V_o y (b) A_{CL} .

Solución:

(a) A partir de la ecuación

$$V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) E_i$$

$$= \left(1 + \frac{20\text{K}\Omega}{5\text{K}\Omega}\right) (2\text{V}) = 10\text{ Volts.}$$

(b) Usando la ecuación

$$A_{CL} = \frac{V_o}{E_i} = 1 + \frac{R_f}{R_1} = \frac{10\text{V}}{2\text{V}} = 5\text{ Volts.}$$

ó también :

$$A_{CL} = 1 + \frac{R_f}{R_1} = 1 + \frac{20\text{K}\Omega}{5\text{K}\Omega} = 1 + 4 = 5\text{ Volts.}$$

Ejemplo: Usando los valores del ejemplo anterior y $R_L = 5\text{K}\Omega$, calcular:

(a).- La corriente de la carga. I_L .

(b).- La corriente de salida del amplificador operacional, I_o .

Solución:

(a).- Ya que el voltaje $V_o = 10\text{V}$, en el ejemplo anterior.

$$I_L = \frac{V_o}{R_L} = \frac{10\text{V}}{5\text{K}\Omega} = 2\text{mA.}$$

(b).- Aplicando la ecuación $I_o = I + I_L$ y el valor de:



$$I = \frac{2V}{5K\Omega} = 0.4mA.$$

$$I_o = I + I_L = 0.4mA + 2mA$$

$$I_o = 2.4mA$$

Ejemplo: El circuito de la Figura, se quiere que sea diseñada para una $A_{CL} = 16$, $E1 = 0.2V$ y $R1 = 2K\Omega$, calcular Rf .

Solución:

(a).- Reordenando la ecuación:

$$A_{CL} = \frac{V_o}{E1} = 1 + \frac{Rf}{R1}$$

Tenemos que :

$$\frac{Rf}{R_L} = A_{CL} - 1 = 16 - 1 = 15$$

Entonces :

$$Rf = 15R1 = 15(2K\Omega) = 30K\Omega.$$



INTRODUCCION A LA ELECTRONICA DIGITAL

14.1 INTRODUCCION

La introducción de computadoras digitales en los inicios de los años 1950, revolucionó los métodos de computación y manipulación de datos. El desarrollo de la microcomputadora (uno o más circuitos integrados los cuales dan todas las funciones de una microcomputadora) ha revolucionado a todas las industrias. Debido a su bajo costo, tamaño pequeño y versatilidad, las microcomputadoras están destinadas a jugar un papel importante el cual se irá incrementando en las tecnologías del futuro.

Una microcomputadora está generalmente construida alrededor de un microprocesador. El microprocesador es un circuito integrado el cual contiene en su interior la mayoría de las funciones de una microcomputadora, como son las funciones aritméticas y de control. Para ser una micro completa, se le añaden otros circuitos integrados, tales como **RAMS** (memoria de acceso aleatorio), **ROMS** (memoria de sólo lectura) y manejadores periféricos. Entre los microprocesadores de 8 bits más populares son el, Z80 de Zilog, y el 6800 de Motorola.

El microprocesador 6800 tiene características que tienen la mayoría de los microprocesadores (instrucciones de multibytes, interrupciones, stacks, cloks, etc.).

Estrictamente hablando, el término de microprocesadores se debería de referir a la unidad de procesamiento central de una microcomputadora. El CPU contiene dentro de sí la unidad lógica y aritmética, registros, y contadores que son la mayoría de las funciones necesarias para la operación de las computadoras. El término microcomputadora se refiere no solamente al CPU, sino que abarca a otros elementos de la computadora. La mayoría de estos elementos electrónicos, incluyendo al CPU, están disponibles en circuitos de doble hilera de patitas.

14.2 LAS TECNOLOGIAS PMOS, NMOS Y CMOS

La tecnología MOS está dividida en dos grupos, PMOS, la cual está basada en Silicio p-doped, y la NMOS, la cual está basada en Silicio n-doped. Estos dos tipos de implementación pueden ser usados individualmente o pueden ser combinados para eficientizar y crear una tercera categoría CMOS. Cada una de estas tecnologías tienen mucho en común, pero también cada una de ellas tienen características muy individuales.

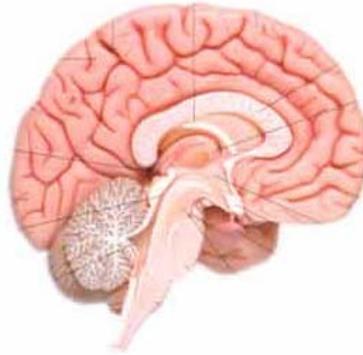
PMOS fue perfeccionada originalmente y los primeros microprocesadores fueron diseñados siguiendo este proceso. El Intel 4004 y el 8008 son ejemplos de tecnología PMOS. La velocidad de los circuitos PMOS es más o menos 1/10 más lentos que los dispositivos construidos con la tecnología bipolar, esto es debido a su reducida geometría y baja disipación de potencia por compuerta.

Sin embargo, Silicio del tipo **n** es básicamente tres veces más rápida que el Silicio tipo **p** (debido a que la movilidad de los electrones es tres veces más rápida que la de los hoyos). Como un resultado de esto y además de la compatibilidad con los voltajes TTL, el NMOS ha surgido como una de las tecnologías más populares en la producción de microprocesadores. Este es el proceso de producción usado para construir el 6800, el 8080, el F8 de Fairchild y el Z80 de Zilog.



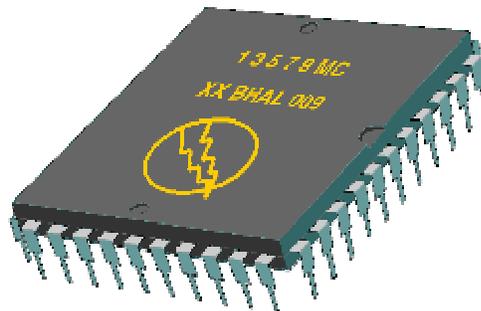
La categoría más nueva es la CMOS, ya que combina un transistor MOS con canal N y con canal P a la entrada de cada compuerta. Este tiene la ventaja de tener una potencia de disipación sumamente baja cuando está en estado estático (que no haya sido swtcheado). Estos circuitos CMOS poseen una característica muy importante que pueden ser alimentados por +12 volts, y esto nos da una buena opción ya que es el nivel de alimentación de los automóviles.

El estudio del cerebro se remonta hasta el año 1700^aC. según se relata en un papiro encontrado. Esto nos dice la inquietud que ha tenido el ser humano por estudiar el cerebro.



CEREBRO.

Durante la última guerra mundial se desarrolló una nueva ciencia, la CIBERNETICA, la cual trata de simular o imitar algunos sistemas biológicos con las diferentes ramas de la ingeniería.



MICROPROCESADOR

Es común que los usuarios de computadoras concluyan que una computadora procesa la información exactamente como nosotros lo hacemos.

Un simple ejemplo descriptivo de cómo una persona procesa la información, es la siguiente:

- a.- Los siguientes tres números son datos 2, 5 y 3.
- b.- Se requiere multiplicar el primer número por el tercero.
- c.- Almacenar la respuesta y dar el resultado.

Para realizar esta tarea se tiene que usar continuamente la memoria. Los datos y el “programa” son alimentados por medio del sentido de la vista o el oído, convertidos en impulsos eléctricos que alcanzan el cerebro a través del sistema nervioso y entonces son almacenados en la memoria. El cerebro procesa esta información bajo la dirección del programa y la respuesta que está en memoria es proporcionada por la boca.



Exactamente en la misma forma efectúa la computadora el procesamiento de información. Haciendo una similitud entre los órganos o sistemas que utiliza el ser humano para procesar información y las unidades que conforman una computadora, se observa a continuación.

En donde:

1. El teclado de una estación de trabajo, las lectoras de discos, etc. Serían como son los ojos y oídos de un ser vivo.
2. La boca para decir las respuestas o las manos para escribir serían las unidades de salida de una persona, así como la impresora y el monitor de una estación de trabajo, la unidad de display en una caja registradora, un trazador gráfico o plotter, etc. Lo serían para una computadora.
3. Cuando un programa o conjunto de instrucciones es muy grande, el ser humano requerirá de un cuaderno para registrarlo y después ejecutar ese programa. Así la computadora requiere de las unidades de almacenamiento auxiliar o secundario como unidades de disco.
4. La memoria y el cerebro del ser humano donde debe de existir el programa y los datos para poder procesarlos se asemejan a la unidad central de proceso (CPU) de la computadora, dicha CPU esta conformada por la memoria principal y las unidades de control y por la unidad lógica y aritmética (ALU).



**FUNCIONES
LOGICAS**

Basados en los postulados, teoremas y propiedades del Álgebra de Boole, se han definido las llamadas FUNCIONES LOGICAS que realizan las operaciones lógicas fundamentales entre variables binarias o booleanas.

Estas funciones son:

1. FUNCION “OR” o SUMA LOGICA.
2. FUNCION “AND” o PRODUCTO LOGICO.
3. FUNCION “NOT” o NEGACION.
4. FUNCION “NOR”.
5. FUNCION “NAND”.
6. FUNCION “OR-EXCLUSIVA”.
7. FUNCION “NO-OR-EXCLUSIVA”

Con las funciones mencionadas se desarrollan una multitud de aplicaciones de circuitos lógicos, a los que se denomina COMBINATORIOS, existiendo otro tipo de circuitos lógicos que también hacen uso de dichas funciones lógicas agregando elementos de memoria (que pueden también construirse las funciones lógicas básicas) y que se denominan circuitos lógicos SECUENCIALES.

15.1 FUNCION LOGICA “OR”

Esta función también es conocida como SUMA LOGICA, ALTERNACION, REUNION, FUNCION “OR” y es una función que se realiza entre dos variables lógicas **A** y **B**, la cual existe cuando existe alguna de las variables de entrada o ambas.

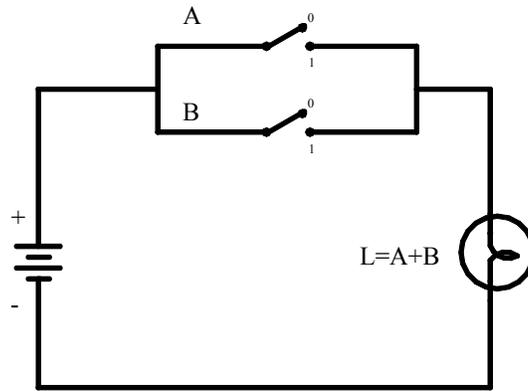
La forma usual de definirla es mediante su TABLA DE VERDAD, la cual es una forma de representación de una función lógica, en la que se indica el valor de “1” ó “0” que toma la función para cada una de las combinaciones posibles de las cuales depende.

Así, si se tienen dos variables **A** y **B**, se define la FUNCION OR, denota **A+B**, como una función cuya tabla de verdad es:

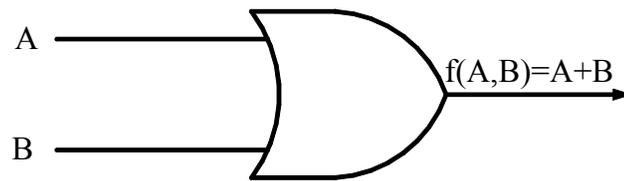
A	B	F(A, B) = A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

El circuito más simple que se realiza en una función OR es el siguiente circuito con interruptores, en el cual la lámpara se enciende ($L=1$) cuando alguno de los interruptores está cerrado, o bien los dos:

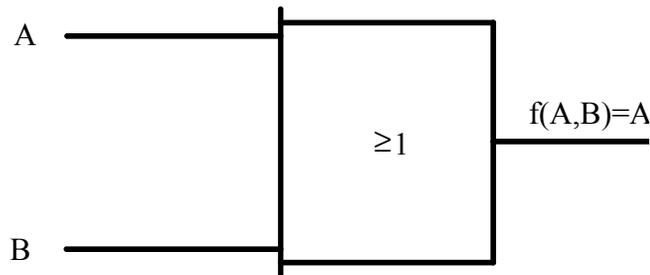




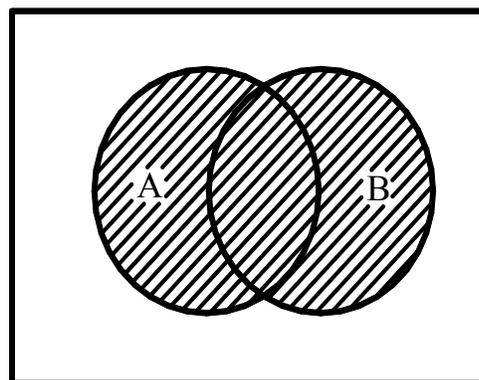
El símbolo que más se emplea para la función es el siguiente:



Que es el símbolo Americano. Otro símbolo que se encuentra ocasionalmente es el símbolo europeo dado por:



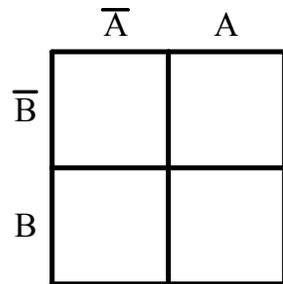
El diagrama de Venn que ilustra el comportamiento de la función OR es el siguiente:



Desde el punto de vista de la teoría de los conjuntos se observa que la función OR corresponde a la UNION, ó REUNION de los conjuntos A y B, denota $A \cup B$, ó $A \vee B$.



Otro diagrama empleado es el llamado “DIAGRAMA DE KARNAUGH” ó “MAPA DE KARNAUGH” y su correspondiente “Matriz de Combinaciones”, que para el caso de la función OR están dados por:



MAPA DE KARNAUGH

b \ a	0	1
0	0	1
1	1	1

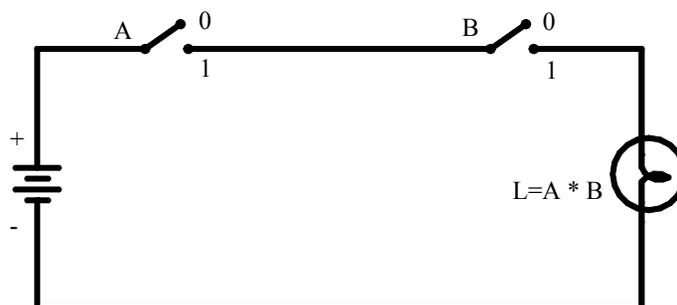
MATRIZ DE COMBINACIONES FUNCION OR.

15.2 FUNCION LOGICA “AND”

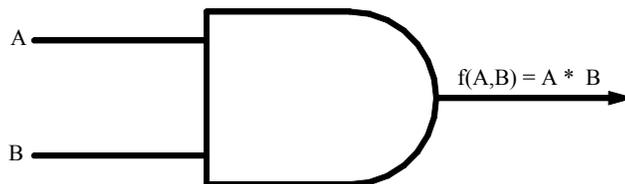
Esta función es conocida con los nombres de función “y” Producto Lógico, Conjunto ó Intersección. Es una función entre dos variables **A** y **B**, denotada como **A•B**, (también **AB**), tal que su tabla de verdad está dada por:

A	B	F(A,B) = A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

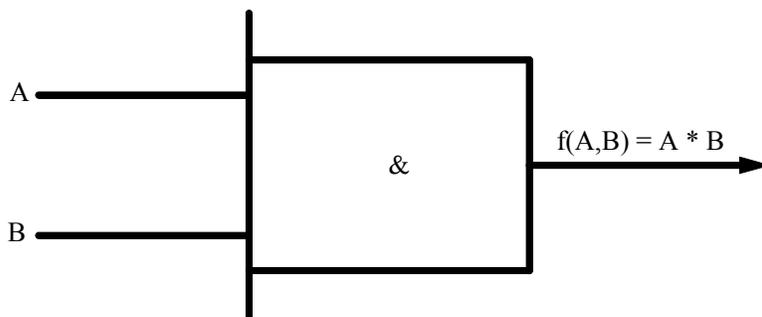
O sea, la función existe sólo cuando las dos variables A y B existen al mismo tiempo. El circuito más sencillo que se comporta como un circuito AND es la siguiente realización con interruptores:



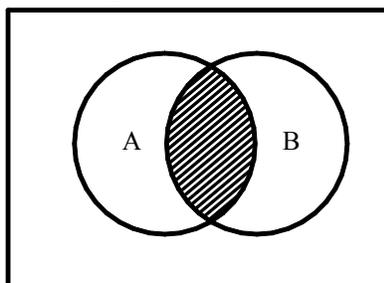
En el cual la lámpara enciende ($L=1$) sólo cuando los interruptores A y B están cerrados.
 El símbolo más empleado para representar una función AND es el símbolo Americano, dado por:



También se suele emplear el símbolo Europeo, dado por:

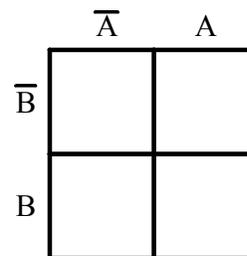


El diagrama de Venn que ilustra el comportamiento de la función AND es:



Que corresponde a la intersección de las funciones A y B, en el lenguaje de la teoría de conjuntos.
 El diagrama de Karnaugh y la matriz de combinaciones correspondientes son:

B \ A	0	1
0	0	0
1	0	1



MATRIZ DE COMBINACIONES FUNCION AND.

MAPA DE KARNAUHG



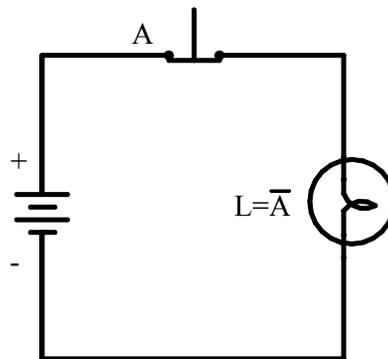
15.3 FUNCION LOGICA "NOT"

La función negación también se denomina COMPLEMENTO, FUNCION NO, INVERSION y es una función denotada \bar{A} (se lee **NO - A**) tal que su salida es el valor contrario de **A**, o sea su complemento.

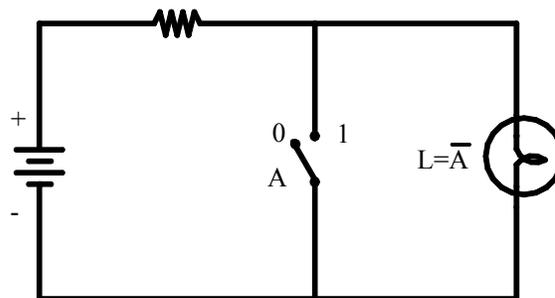
La tabla de verdad para la función es:

A	f(A) = \bar{A}
0	1
1	0

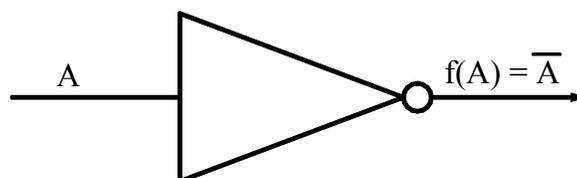
El circuito más sencillo que la realiza es el siguiente que emplea un interruptor normalmente cerrado, el cuál cuando no se acciona ($A=0$) permite el paso de corriente a la lámpara la cuál enciende ($L=1$), y si acciona ($A=1$) se abre el circuito apagándose la lámpara ($L=0$).



El siguiente circuito también funciona como inversor:



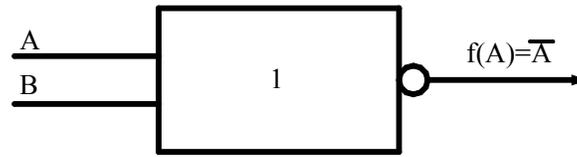
El símbolo mas empleado para la funciona negación, comúnmente denominada INVERSOR es el siguiente:



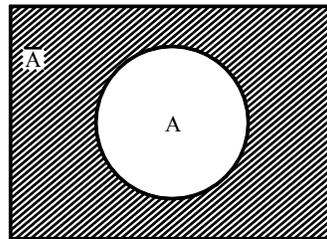
Es importante mencionar que la burbuja en la salida de cualquier elemento de circuito lógico indica que un 1 lógico interno produce un 0 lógico externo y, de manera similar, un 0 lógico interno produce un 1 lógico externo.



Ó el símbolo europeo:



El diagrama de Venn correspondiente es:



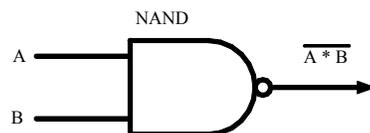
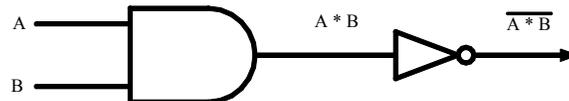
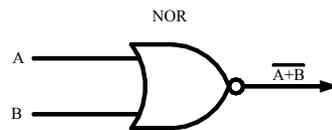
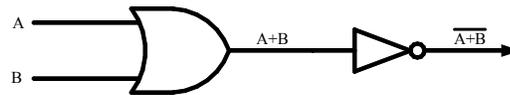
Una propiedad fundamental de la función negación es que una doble negación de una variable da lugar a la VARIABLE ORIGINAL. Esto es:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Realizado por la siguiente asociación de funciones NOT:



Combinando la función negación con las funciones OR y AND se obtienen las funciones denominadas NOR y NAND, según se muestra:

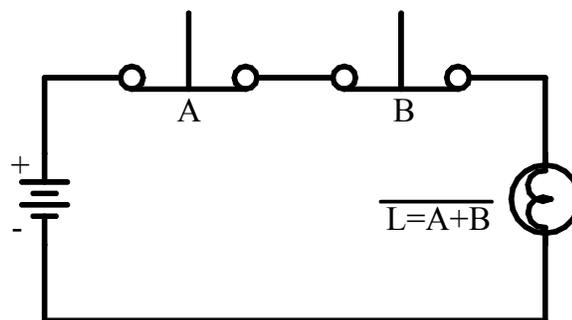


15.4 FUNCION LOGICA “NOR”

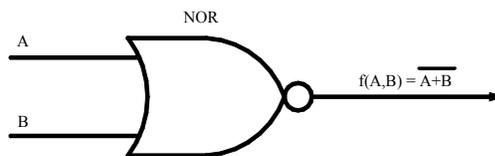
La función NOR, también llamada “O NEGADA”, es una función que se denota, (también $\overline{A+B}$ ó $A \perp B$) cuya tabla de verdad está dada por:

A	B	A+B	$f(A, B) = \overline{A+B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

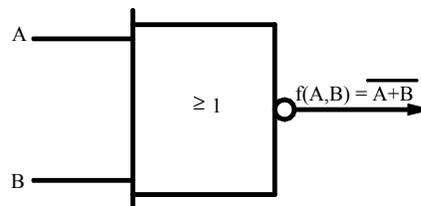
La cuál puede ser realizada con interruptores, según se muestra:



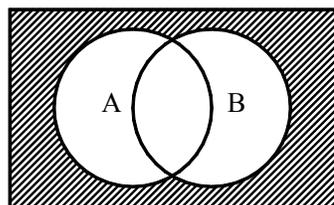
Como se observa la compuerta NOR es la negación de la compuerta OR. La simbología Americana de la función es la siguiente:



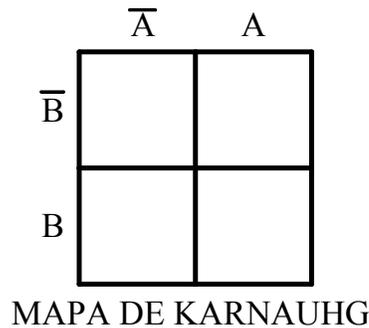
El símbolo Europeo de la función NOR es:



El diagrama de Venn correspondiente a una NOR es:



Y el diagrama de Karnaugh está dado por:



B \ A	0	1
0	1	0
1	0	0

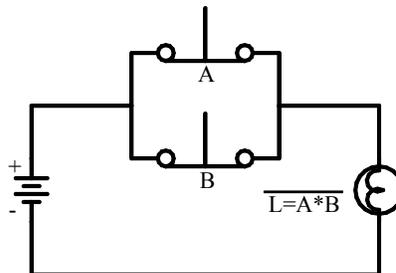
MATRIZ DE COMBINACIONES FUNCION NOR.

15.5 FUNCION LOGICA “NAND”

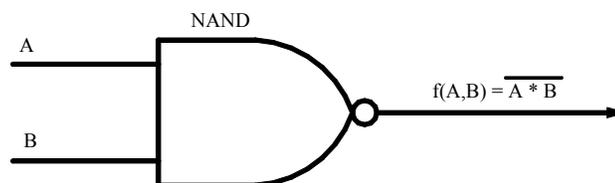
La función lógica NAND, denota $\overline{A \cdot B}$ (ó también \overline{AB} ó A/B) es una función definida por la siguiente tabla de verdad:

A	B	A*B	F(A, B) = $\overline{A \cdot B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

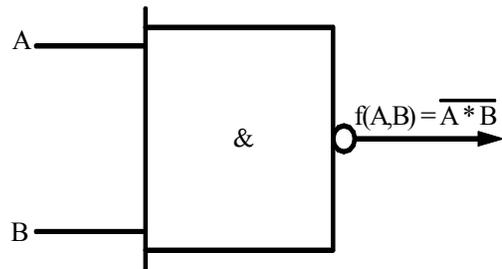
Como es observa la función NAND es la negación de la compuerta AND. Una función NAND puede realizarse con interruptores de la siguiente manera:



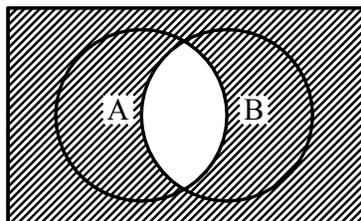
El símbolo más común para una compuerta NAND es el símbolo Americano dado por:



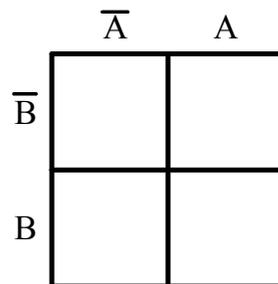
Ó bien, el símbolo Europeo:



El diagrama de Venn para la función NAND es el siguiente:



Y los correspondientes diagramas de Karnaugh son:



MAPA DE KARNAUHG

B \ A	0	1
0	1	1
1	1	0

MATRIZ DE COMBINACIONES FUNCION NAND

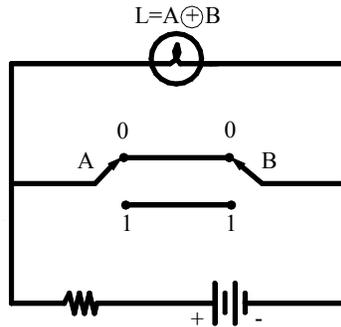
15.6 FUNCION LOGICA “OR-EXCLUSIVA”

La función OR-EXCLUSIVA, denotada $A \oplus B$ (ó también $A \ominus B$), es una función que existe cuando existe A ó existe B, pero NO AMBAS. Esto es, cuando A y B existen, no existe $A \oplus B$. La tabla de verdad que la define será:

A	B	f(A, B) = A \oplus B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

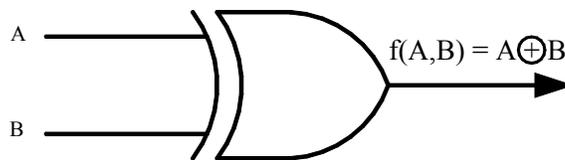


Se observa que si A y B son iguales la salida es cero y si son diferentes la salida es uno.
 Con interruptores una OR-EXCLUSIVA, también denominada “XOR” puede realizarse de la siguiente manera:

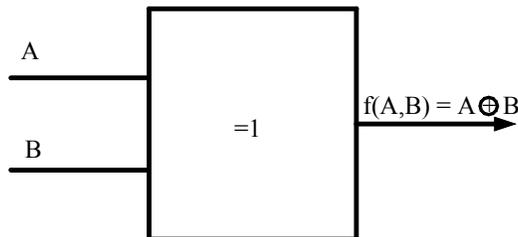


La función OR-EXCLUSIVA excluye en su salida el caso de que existan A y B al mismo tiempo, mientras que la función OR incluye en su salida que A y B existan al mismo tiempo ($A=1, B=1, \rightarrow A+B=1$), por ello la función OR se llama también OR-INCLUSIVA.

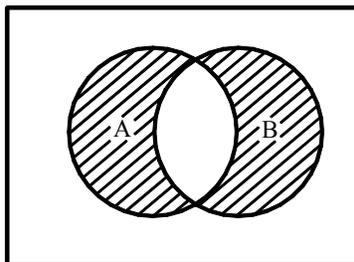
Otra manera de diferenciarlas es llamando a la función OR “disyunción débil”, mientras que la OR-EXCLUSIVA se llama “disyunción fuerte”; finalmente, a la OR-EXCLUSIVA también se llama XOR y su símbolo más conocido es:



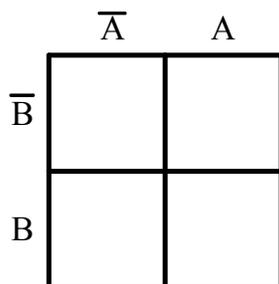
Ó bien el símbolo europeo esta dado por:



El diagrama de Venn que la representa está dado por:



Y los diagramas de Karnaugh correspondientes son:



MAPA DE KARNAUHG

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	0

MATRIZ DE COMBINACIONES FUNCION OR-EXCLUSIVA

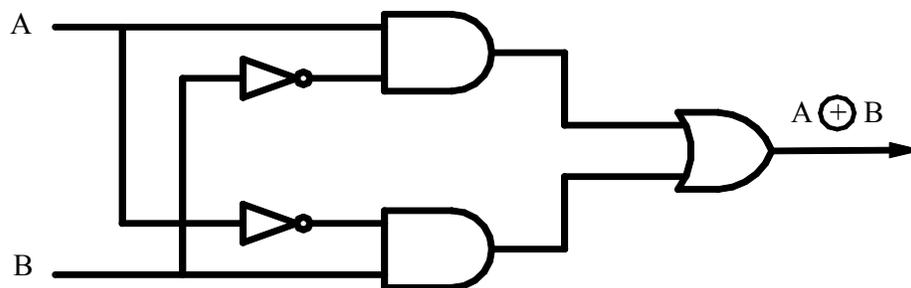
Una propiedad importante de la función OR-EXCLUSIVA es la siguiente:

$$A \oplus B = \overline{A} \overline{B} + \overline{A} B$$

Que verificamos mediante la elaboración de la tabla de verdad:

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \overline{B}$	$\overline{A} B$	$\overline{A} \overline{B} + \overline{A} B$	A+B
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0

Tal propiedad permite la realización de la función OR-EXCLUSIVA con compuertas anteriormente definidas:



15.7 FUNCION LOGICA “NO-OR-EXCLUSIVA”

La función OR-EXCLUSIVA también puede encontrarse en forma negada, dando lugar a la función NO-OR-EXCLUSIVA, la cual presenta las siguientes propiedades:

Su notación es de la siguiente forma:

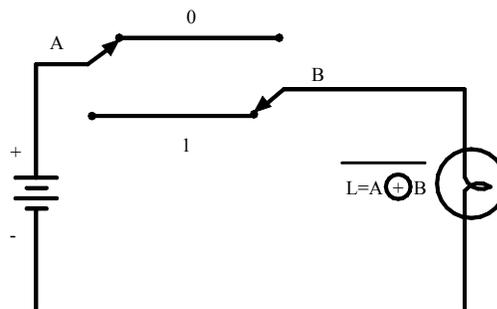
$$\overline{A+B}$$

También se llama NXOR.

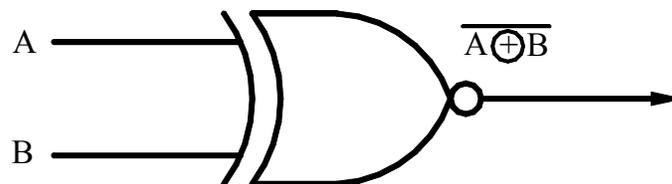
La tabla de verdad para esta función es:

A	B	$A \oplus B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La realización con interruptores será de la siguiente forma:



Su símbolo más conocido es el siguiente:



Su principal propiedad se puede resumir de la siguiente forma:

$$\overline{A \oplus B} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Es usual denominar a las funciones lógicas que hemos definido (**OR**, **AND**, **NOT**, **NOR**, **NAND**, **XOR**, **NXOR**), con el nombre de **COMPUERTAS LOGICAS**.



EL OSCILOSCOPIO

16.1 INTRODUCCION

El osciloscopio de rayos catódicos (CRO) es un instrumento de laboratorio extremadamente versátil y útil empleado para la medición y análisis de forma de onda y otros fenómenos en los circuitos electrónicos. Los CRO básicamente son graficadores X-Y muy rápidos que despliegan una señal de entrada contra otra o contra el tiempo. El “estilo” de este graficador es un punto luminoso que se mueve sobre el área de la pantalla en respuesta a los voltajes de entrada.

En las aplicaciones normales del CRO el eje X, o eje horizontal, es un voltaje generado internamente en forma de una rampa lineal, o base de tiempo, el cual mueve el punto luminoso periódicamente de izquierda a derecha sobre el área de la pantalla. El voltaje a examinar se aplica al eje Y, o entrada vertical del CRO, y mueve el punto hacia arriba y hacia abajo de acuerdo con el valor instantáneo del voltaje de entrada. El punto traza después sobre la pantalla un gráfico que muestra las variaciones del voltaje de entrada como una función de tiempo. Cuando el voltaje de entrada es repetido a una frecuencia lo suficientemente rápida, el gráfico aparece como un dibujo sobre la pantalla. El CRO por consiguiente suministra los medios para observar voltajes que se varían con el tiempo.

Además de voltajes, el CRO puede presentar una representación visual de muchos fenómenos dinámicos por medio de transductores que convierten corriente, presión, esfuerzo, temperatura, aceleración y muchas otras cantidades físicas a voltajes.

Los CRO se usan para investigar formas de onda, transitorios y otras cantidades que varían con el tiempo desde rangos de muy baja frecuencia hasta muy altas frecuencias. El registro de estos acontecimientos se puede obtener con una cámara especial unida al CRO para obtener un registro permanente para una interpretación cualitativa.

Los principios de operación del CRO se discuten en detalle en las secciones siguientes.

16.2 OPERACIÓN BASICA DEL CRO

Los principales subsistemas de un CRO para propósitos generales se muestran en el diagrama de bloques simplificado de la Figura OS1. Son:

1. Tubo de rayos catódicos o CRT.
2. Amplificador vertical.
3. Línea de retardo.
4. Generador de la base de tiempo.
5. Amplificador horizontal.
6. Circuito disparador.
7. Fuente de potencia.



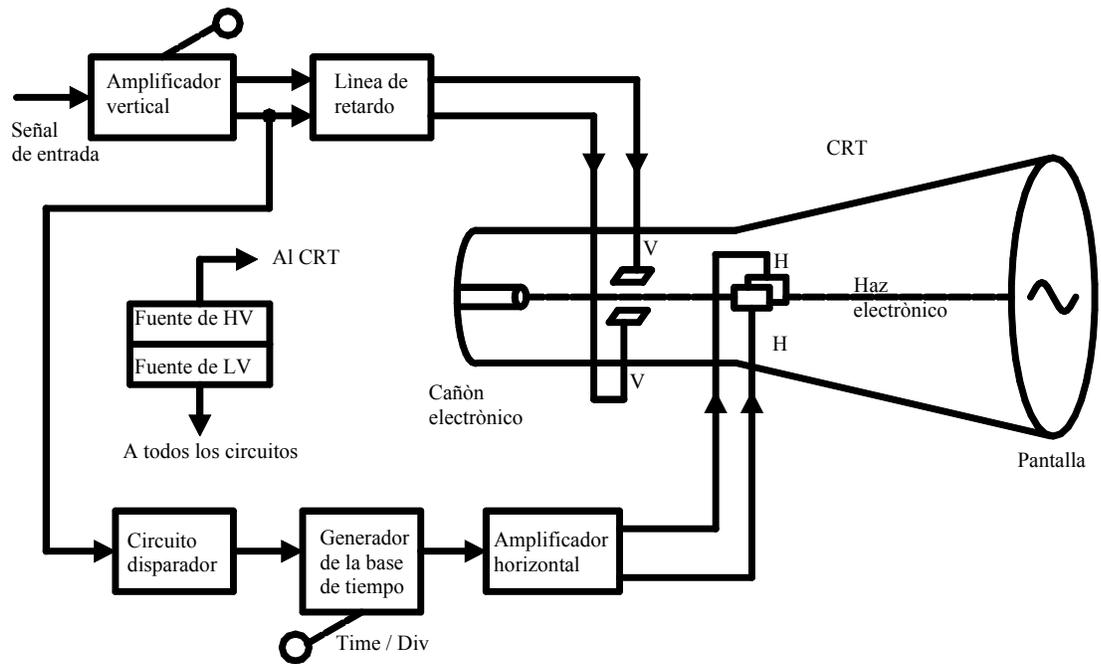


Figura OS1
TUBO DE RAYOS CATÓDICOS

El tubo de rayos catódicos, o CRT, es el corazón del osciloscopio y el resto del CRO es básicamente los circuitos para operar el CRT. Fundamentalmente, el CRT produce un haz de electrones enfocado agudamente y acelerado hasta una velocidad muy alta. Este haz de electrones enfocado y acelerado viaja desde su fuente (el cañón electrónico) hasta el frente del CRT, donde golpea el material fluorescente depositando en la cara interior del CRT (la pantalla) con la suficiente energía para producir un pequeño punto luminoso sobre ella.

Mientras viaja desde su fuente hasta la pantalla, el haz electrónico pasa entre un conjunto de placas de deflexión horizontales y verticales. Los voltajes aplicados a las placas de deflexión verticales mueven el haz en un plano vertical y el punto sobre la pantalla de CRT se mueve hacia arriba y hacia abajo. Los voltajes aplicados a las placas de deflexión horizontales mueven el haz electrónico en un plano horizontal originando que el punto luminoso se mueva de un lado a otro. Estos movimientos son independientes el uno del otro de tal forma que el punto se puede ubicar en cualquier posición sobre la pantalla mediante la aplicación de voltajes de entrada vertical y horizontal apropiados.

Las señales a observar en la pantalla de CRT se aplican a la entrada del amplificador vertical. La ganancia de este amplificador se selecciona por medio de un atenuador calibrado de entrada marcado normalmente **VOLTS/DIV**. La salida del amplificador se aplica a las placas de deflexión vertical del CRT, a través de la llamada línea de retardo, con la suficiente potencia para conducir el punto en la dirección vertical.

El *generador de la base de tiempo*, o generador de barrido, desarrolla una forma de onda en diente de sierra que se emplea como voltaje de deflexión horizontal del CRT. La parte positiva de la onda en diente de sierra es lineal y su pendiente se ajusta por medio de un control ubicado en el panel frontal marcado **TIME/DIV**. Este voltaje se aplica al amplificador horizontal. Este amplificador incluye un inversor de fase y produce dos formas de onda de salida simultáneas: un diente de sierra positivo (hacia arriba) y otro negativo (hacia abajo). La parte positiva se aplica a la placa de deflexión horizontal derecha y a la parte negativa a la izquierda. Estos voltajes hacen que el haz de electrones “barra” la pantalla del CRT de izquierda a derecha, en unidades de tiempo que son controladas por medio del control **TIME/DIV**.



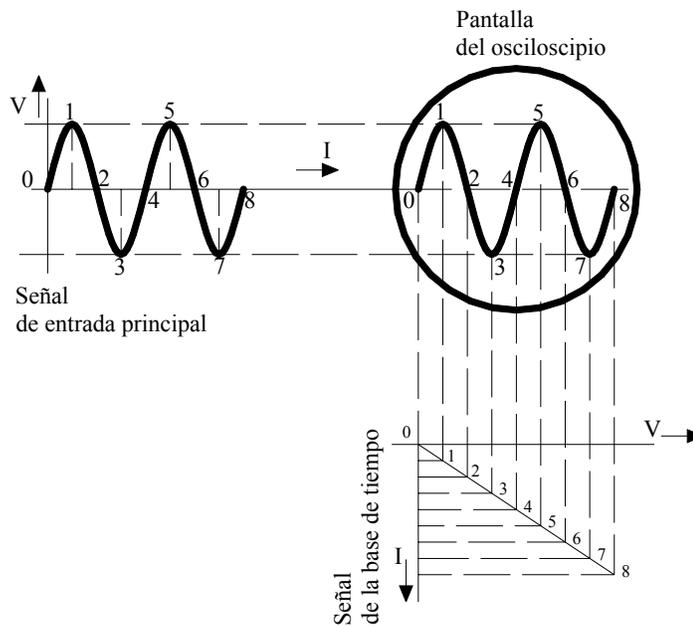


Figura OS2
VOLTAJE EN DIENTE DE SIERRA

La aplicación de los voltajes de deflexión en forma simultánea a ambos conjuntos de placas hace que el punto del CRT trace una imagen sobre la pantalla. Este se muestra en la Figura OS2, donde un voltaje en diente de sierra o de barrido, se aplica a las placas horizontales y una señal sinusoidal se aplica a las placas verticales. Puesto que el voltaje de barrido horizontal incrementa linealmente con el tiempo, el punto del CRT retorna rápidamente a su posición de arranque en el lado izquierdo de la pantalla y permanece allí hasta cuando inicie un nuevo barrido. Cuando simultáneamente con el voltaje de barrido horizontal se aplica una señal de entrada a las placas de deflexión verticales, el haz de electrones se encontrará bajo la influencia de dos fuerzas: una en plano horizontal, moviendo el punto del CRT a través de la pantalla a una recta lineal y otra en el plano vertical moviéndose hacia arriba y hacia abajo de acuerdo con la magnitud y la polaridad de la señal de entrada. El movimiento resultante del haz de electrones produce un trazo de la señal de entrada vertical en función del tiempo.

Si la señal de entrada es de naturaleza recurrente, se puede mantener un trazo estable si se arranca cada barrido horizontal en el mismo punto que la señal. Para lograr esto, una muestra de la forma de onda de la entrada se aplica al circuito *disparador* (trigger) el cual produce un pulso de disparo en algún punto seleccionado sobre la forma de onda de la entrada. Este pulso se usa para arrancar el generador de la base de tiempo, el cual a su turno arranca el barrido horizontal del CRT.

En el caso normal, el extremo inicial de la forma de onda de la entrada se usa para activar el generador de disparo y producir el pulso que empieza el barrido. Esta acción toma lugar sobre un intervalo de tiempo definido ($0.15\mu\text{s}$) de tal forma que el barrido no se inicia hasta después de que el extremo inicial de la señal de entrada ha pasado. Esto evita que este extremo de la forma de onda sea desplegado en la pantalla. El propósito de la línea de retardo es retrasar el arribo de la señal de entrada a las placas de deflexión vertical hasta cuando los circuitos de la base de tiempo y de disparo han tenido el chance de arrancar el barrido del haz. La línea de retardo introduce un retardo total de aproximadamente $0.25\mu\text{s}$ en el canal de deflexión vertical, de tal forma que el extremo inicial de la forma de onda se puede ver aun cuando se haya usado para disparar el barrido.



La fuente de potencia consiste de una sección de alto voltaje (HV) para operar el CRT y de una sección de bajo voltaje (LV) para suministrar energía a los circuitos electrónicos del osciloscopio. Estas fuentes son de diseño convencional y no necesitan mayores sofisticaciones.

Al movimiento de las partículas cargadas (electrones) en un campo eléctrico se llama a menudo balística electrónica.

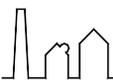
En la vista esquemática del CRT de la Figura OS3, los electrones son emitidos de un cátodo termiónico calentado indirectamente. El cátodo está rodeado completamente por una rejilla de control, la cual consiste en un cilindro metálico con un pequeño hueco central y coaxial con el eje del tubo. Los electrones que pasan a través de este pequeño hueco en la rejilla conforman la llamada corriente del haz. La magnitud de esta corriente se puede ajustar por medio del control del panel frontal llamado INTENSITY (intensidad), el cual varía el voltaje negativo (polarización) de la rejilla de control con respecto al cátodo. Un incremento en la polarización de esta rejilla de control reduce la corriente del haz y por consiguiente la intensidad de la imagen en el CRT, mientras que un decremento de la polarización de rejilla incrementa la corriente del haz. Esta acción es idéntica a la que realiza la rejilla de control de un triodo de vacío convencional.

Los electrones emitidos por el cátodo pasan a través del pequeño hueco en la rejilla de control y son acelerados por el alto potencial positivo aplicado a los dos ánodos aceleradores. Esos dos ánodos están separados por un ánodo enfocador, que provee un medio para enfocar los electrones y formar el delgado y definido haz. Los dos ánodos aceleradores y el enfocador también son de forma cilíndrica, con pequeñas aberturas en el centro del cilindro coaxiales con el eje del CRT. Estos huecos en estos electrodos permiten acelerar y enfocar el haz de electrones que viaja hacia las placas deflectoras horizontales y verticales y hacia la pantalla fluorescente.

16.3 EL OSCILOSCOPIO

Hoy día el osciloscopio es un instrumento de medición que ha cobrado una importancia vital en el campo de la ingeniería, debido al desarrollo de equipos cada vez más sofisticados, y como se sabe existe un gran desconcierto en el manejo y aplicación de estos equipos, de ahí la gran necesidad de dar un repaso a dicho tema.





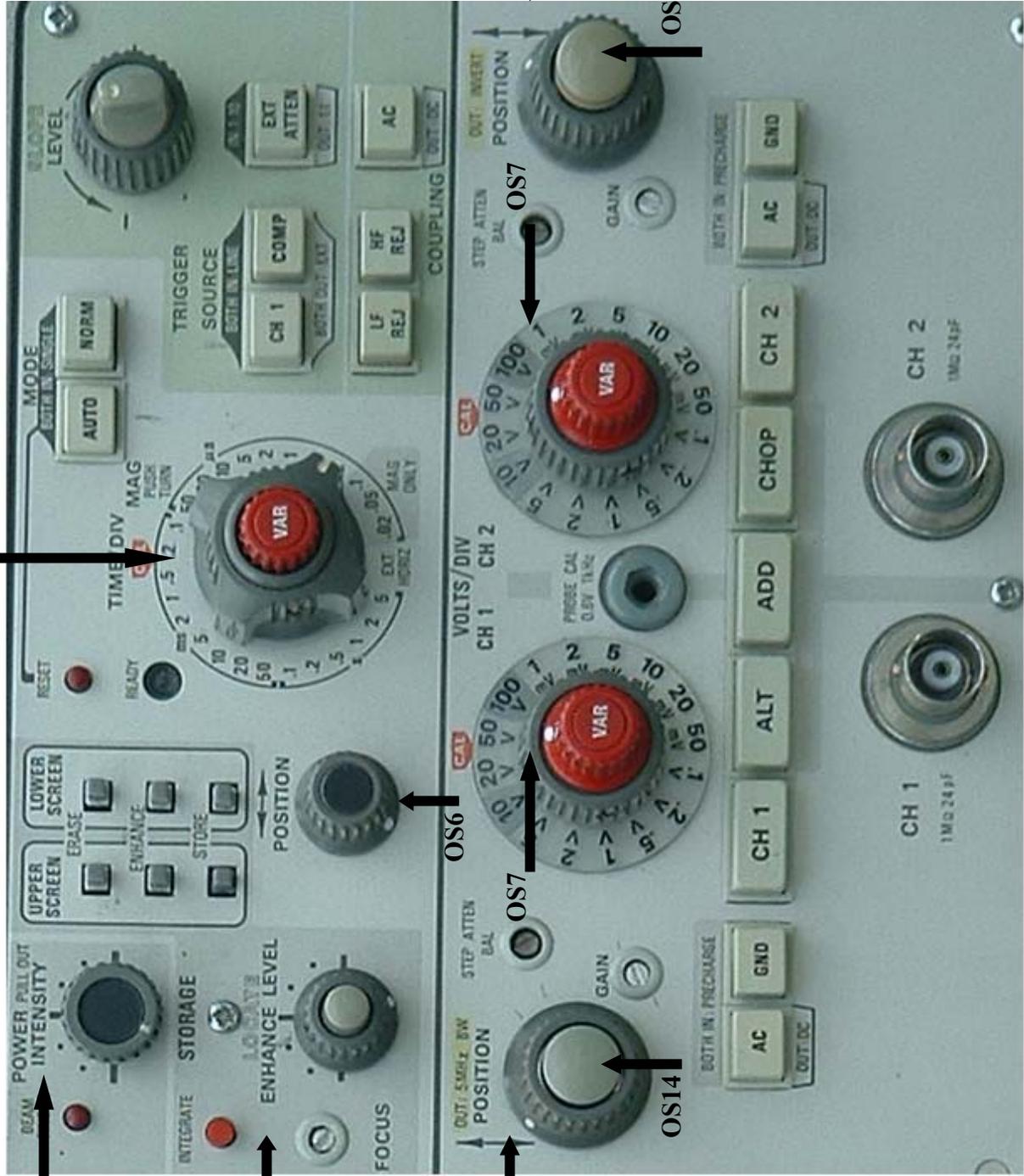


Figura OS3

Figura OS4

Figura OS5

Figura OS5



CONTROL DE INTENSIDAD

Con este control podrá dar mayor brillantez al haz luminoso que aparece en la pantalla, aunque se recomienda no añadir un exagerado brillo al trazo pues el fósforo con el que ha sido recubierta la pantalla puede gastarse prematuramente. Cuando no se realice ninguna medición, mantenga este control al mínimo de su posición. Figura OS3.



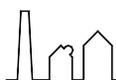
Figura OS3
CONTROL DE INTENSIDAD.

CONTROL DE ENFOQUE

Al igual que en una cámara donde se puede obtener mayor definición de una imagen al posicionar correctamente el enfoque, los osciloscopios presentan un control similar. Al girarse este control, el trazo tiende a ensancharse o adelgazarse; para una mejor realización de nuestras mediciones es necesario este control hasta tener una línea bien definida. Cuando no se logre un trazo lo suficientemente delgado disminuya la intensidad y vuelva a intentar de nuevo con el control de enfoque. Figura OS4.



Figura OS4
CONTROL DE ENFOQUE.



CONTROL DE POSICIÓN VERTICAL (POSICIÓN ARRIBA/ABAJO)

En algunas mediciones es necesario desplazar la forma de onda hacia arriba ó hacia abajo, para lo cual nos será útil este control. Si el osciloscopio que usted posee es de un trazo se recomienda colocar el trazo en la parte central de la pantalla; si su aparato fuera de dos trazos, entonces ubique el canal uno en la parte superior y el canal 2 en la parte inferior cuando utilice ambos para dar una correcta referencia de las mediciones. Figura OS5.



Figura OS5
CONTROL DE POSICION VERTICAL.

CONTROL DE POSICIÓN HORIZONTAL (POSITION)

Al igual que el control anterior, este tendrá la capacidad de desplazar el trazo, sólo que ahora de manera horizontal. Cabe destacar que en osciloscopios de doble trazo, el control actuará sobre los dos trazos. Figura OS6.



Figura OS6
CONTROL DE POSICION HORIZONTAL

SELECTOR DE VOLTAJE SOBRE DIVISIÓN (VOLT/DIV)

Cuando se pretenda realizar una medición de voltajes es indispensable verificar cuál es la posición de este control, ya que el valor que especifique será el que adquiera cada cuadro de la pantalla del osciloscopio. Por ejemplo, si seleccionamos 1 V en el selector y la forma de onda la abarca cuatro cuadros verticales entonces el valor medido es de 4 Vp-p. Figura OS7.



Figura OS7
SELECTOR DE VOLTAJE SOBRE DIVISION (VOLT/DIV).

Para asegurar una medición correcta, es esencial revisar un control adicional, asociado al control de voltaje sobre división, llamado control de voltaje variable. Dicho control tiene como tarea alterar la amplitud original de la forma de onda, aunque sólo sea útil para una mejor visualización de esta (sobre todo cuando ella sea muy grande). Por consecuencia, al realizar mediciones de voltaje el control de voltaje variable debe colocarse en un punto de calibración (CAL), pues de lo contrario la medición registrada será errónea.

En algunos osciloscopios aparecerá la indicación sobre el control de voltaje variable de PULL X 5, que indica una magnificación por 5 al jalar el control, o sea, un aumento de 5 veces el valor original de la forma de onda, no obstante, esta magnificación sólo puede realizarse para señales con una frecuencia menor de 5 MHz. También, en lo que respecta a la medición de voltaje, es necesario considerar ésta posición.



Si se desea ahora conocer el valor de la frecuencia dividida entre uno el valor de tiempo obtenido (recuerde realizar antes las conversiones a unidades para obtener el resultado en ciclos por segundo). Es conveniente revisar el estado del control de tiempo variable (Figura OS8-c), ya que de éste dependerá la medición correcta de tiempo y frecuencia.

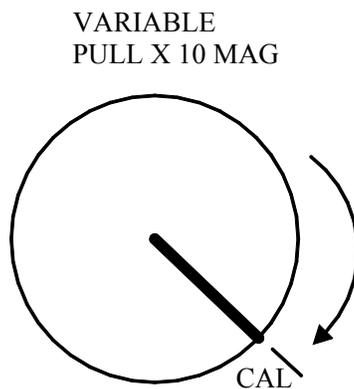


Figura OS8-c
SELECTOR DE TIEMPO SOBRE DIVISION (TIME/DIV)

La labor de este control es muy similar a la del control de voltaje variable, sólo que éste actúa sobre la deflexión horizontal modificando la velocidad de barrido. La posición de este control durante la medición de tiempo debe ser la del punto de calibración (CAL). La leyenda sobre este control (PULL X 10 MAG) indica la expansión del barrido horizontal, 10 veces de su valor normal si éste es jalado.

SELECTOR DE ACOPLAMIENTO DE ENTRADA (AC-GND-DC).

La señal de forma de onda a medir por la punta de prueba, será acoplada por este selector hacia el amplificador vertical del osciloscopio. En la Figura OS9 usted podrá notar que existen 3 diferentes posiciones: AC incorpora un capacitor de bloqueo para cualquier tensión de corriente directa, DC, que prácticamente permite el paso a toda señal (ya que es un acoplamiento directo) y GND, que conecta a tierra la entrada del amplificador vertical. Para esta ultima posición, en la pantalla del osciloscopio no se desplegará ninguna medición dada en la punta de prueba.

El hecho de contar con una posición para AC y CD no implica que necesariamente se deba colocar el control de acoplamiento de entrada; por ejemplo, en CD sólo para alimentaciones de CD (ya que si se enviara una señal de corriente alterna a ésta posición, también podrá medirse).



Figura OS9
SELECTOR DE ACOPLAMIENTO DE ENTRADA.



La utilidad del selector radica en dejar pasar prácticamente toda la señal de entrada (en posición CD) ó sólo permite el paso de una señal de AC ó en su defecto, al componente de AC que contenga una señal de DC (en oposición AC).

Para una idea clara, se puede medir el rizo que se origina en una fuente de alimentación si se coloca el selector en AC y el nivel de corriente directa de la fuente si solo coloca en DC

CONTROL TRIGGER LEVEL



Figura OS10
CONTROL TRIGGER LEVEL.

Para lograr una visualización de la forma de onda que es establece en la pantalla, debe recurrirse al control Trigger-level. Al observar la Figura OS10-a se puede apreciar una forma de onda incorrectamente sincronizada, ya que no es estable horizontalmente (incluso esta puede llegar a desplazarse de la forma de onda).

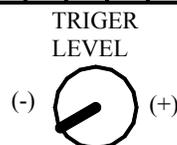
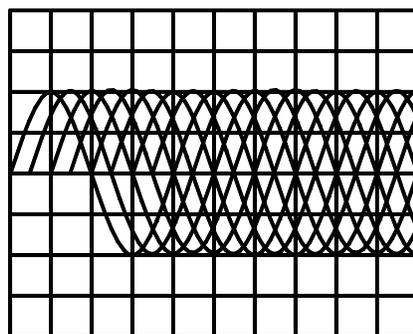
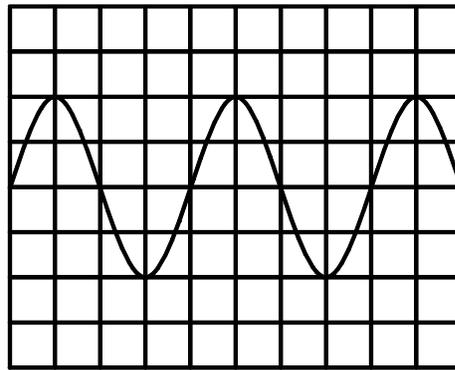


Figura OS 10-a



En la Figura OS10-b se encuentra ya una forma de onda estable, la cual ha sido sincronizada por el control Trigger Level.



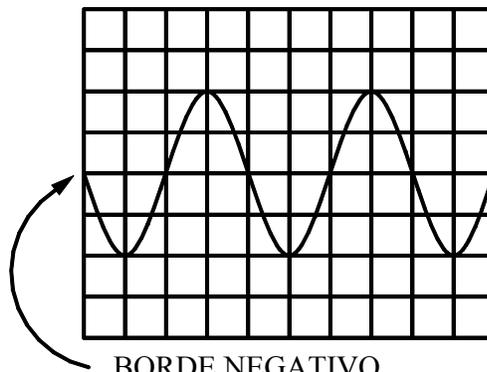
TRIGER
LEVEL



PULL
(-) SLOPE

Figura OS 10-b

La función Slope determina el borde con el cual debe comenzar la señal en la pantalla, y en éste caso al jalar el control Trigger Level se obtiene un borde negativo. Figura OS11-a



BORDE NEGATIVO

SLOPE (-)

Figura OS 11-a



En tanto que al meterlo se obtiene un borde positivo.

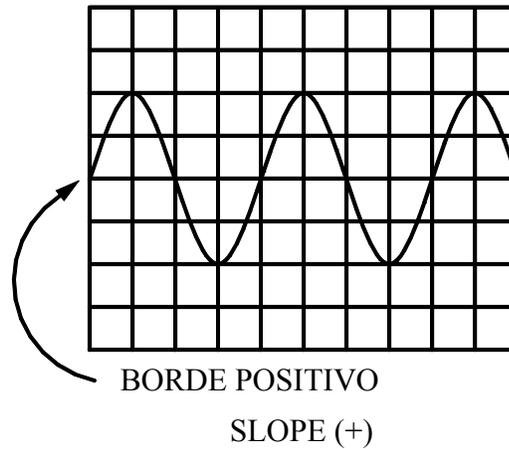


Figura OS11-b
CONTROL HOLD-OFF.

Para ciertas señales complejas (como trenes de pulso), es necesario cambiar el tiempo de disparo del control Trigger Level, (lo cual se logra con el control Hold-off). Al sacar este control de su posición normal, el tiempo de disparo se va haciendo más largo y la intensidad disminuye. Figura OS14.



Figura OS14
CONTROL HOLD-OFF.

